



FAKULTÄT FÜR
MASCHINENBAU



Masterarbeit

von

Sebastian Rothe

Einfluss unterschiedlicher Dämpfungsverteilung auf die Schallabstrahlcharakteristik von Platten

Betreuer OvGU:

Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.h.c. Ulrich Gabbert

Dipl.-Ing. Fabian Duvigneau

Betreuer DLR:

Prof. Dr.-Ing. Hans Peter Monner

Dipl.-Ing. Oliver Unruh

19. März 2015



MB

FAKULTÄT FÜR
MASCHINENBAU

Masterarbeit für Herrn Sebastian Rothe zum Thema

Einfluß unterschiedlicher Dämpfungsverteilungen auf die Schallabstrahlcharakteristik von Platten

Aufgabenstellung

Zur wirksamen Reduktion des von schwingenden Strukturen verursachten Lärms ist die genaue Kenntnis der lärmzeugenden Quellen erforderlich. Die vibroakustischen Eigenschaften von Lärmquellen lassen sich durch ihre Schwingungsamplitude, ihre spektrale Zusammensetzung sowie ihr frequenzabhängiges Abstrahlverhalten charakterisieren. Die Berechnung der Schallabstrahlung einer Plattenstruktur vereinfacht sich, wenn man annimmt, daß es sich um eine Rechteckplatte mit homogenen Randbedingungen und eine für die gesamte Struktur geltenden homogen verteilten Dämpfung handelt. Die Lösung der Schwingungsdifferentialgleichung vereinfacht sich in diesem Fall, und man erhält reelle Eigenfrequenzen und Struktureigenformen. Der zunehmende Einsatz des Hochleistungsleichtbaus und die gleichzeitig wachsenden akustischen Anforderungen an ein Bauteil erfordern eine verbesserte Berücksichtigung der Strukturdämpfung in den Berechnungsmodellen. Aus Gründen der Gewichtsminimierung werden zusätzliche Dämmstoffe daher nur örtlich lokal an einigen kritischen Stellen der Struktur angebracht, wodurch die Annahme einer homogen verteilten Dämpfung verletzt wird. Dadurch wird das Schwingungsverhalten des Systems nicht mehr nur durch stehende Wellen, sondern von einer überlagerten Bewegung mit laufenden Wellenanteilen dominiert. Dieses Phänomen kann in Form von komplexen Schwingungseigenformen beschrieben werden. Das Ziel der Masterarbeit von Herrn Rothe ist die experimentelle Erzeugung komplexer Eigenformen im Labor und deren akustische Charakterisierung. Der besondere Schwerpunkt liegt auf der Beurteilung unterschiedlicher Dämpfungskonfigurationen hinsichtlich ihres Einflusses auf die entstehenden komplexen Schwingungseigenformen. Der Fokus der Masterarbeit soll auf folgenden Arbeitsschwerpunkten liegen:

- (1) Literaturrecherche und Einarbeitung in das Thema der komplexen Schwingungseigenformen bezogen auf Plattenstrukturen
- (2) Konzeption und Vorbereitung von experimentellen Untersuchungen an inhomogen gedämpften Platten mit unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen
- (3) Vermessung der Platten mittels Laser-Scanning-Vibrometrie und Identifikation komplexer Schwingungseigenformen mit Hilfe der experimentellen Modalanalyse
- (4) Phasenreine Anregung ausgewählter Eigenformen und Vermessung deren Schallabstrahlverhaltens mit Hilfe von Schallintensitätsmeßsonden und Mikrophonarrays
- (5) Diskussion und kritische Bewertung der Laborergebnisse
- (6) Erstellen der Masterarbeit. In der Masterarbeit sind die erzielten Ergebnisse nachvollziehbar anzugeben und kritisch zu bewerten; alle getroffenen Annahmen und Entscheidungen sind zu begründen und Alternativen zu diskutieren.

Beachten Sie vor Abfassung der Arbeit die von der Fakultät für Maschinenbau herausgegebenen Hinweise zur Anfertigung von Abschlußarbeiten. Die Arbeit ist in zweifacher Ausführung beim Prüfungsamt der Fakultät für Maschinenbau einzureichen.

Betreuer: OvGU: Prof. Dr.-Ing. habil. U. Gabbert, Dipl.-Ing. F. Duvigneau
DLR: Dr.-Ing. H. Monner, Dipl.-Ing. O. Unruh

Ausgabe: 01. Januar 2015
Abgabe: 30. Juni 2015



Prof. Dr.-Ing. habil. U. Gabbert

Kurzfassung

Gegenstand der vorliegenden Masterarbeit ist die Untersuchung der Schallabstrahlcharakteristik von inhomogen gedämpften Rechteckplatten. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der Bewertung unterschiedlicher Dämpfungskonfigurationen.

Durch die inhomogene Dämpfung entstehen laufende Biegewellenanteile, die zu einem Wandern der Knotenlinien in den Eigenformen führen (komplexe Moden). Hierdurch wird der akustische Kurzschluss gestört sowie die Volumenverschiebung der Plattenmoden verändert. Infolgedessen kann es trotz Dämpfungsdefinition zu einer höheren Schallabstrahlung kommen als zuvor.

Im Fokus der Untersuchungen steht die phänomenologische Betrachtung der Effekte. Dazu werden in Vorbereitung auf die experimentelle Untersuchung numerische Berechnungen durchgeführt. Die gefundenen Phänomene können auch an realen CFK-Plattenstrukturen beobachtet werden. Zusätzliche Validierungsexperimente zeigen, dass mit Hilfe der Elementarstrahlertheorie eine hinreichend genaue Näherungslösung für die akustischen Größen aus diskreten Daten berechnet werden kann.

Eine punktsymmetrische sowie unsymmetrische Dämpfungskonfiguration erweist sich als akustisch ungünstig. Im Vergleich dazu ist eine zweifach symmetrisch gedämpfte Platte eher unkritisch. Wesentliche akustische Veränderungen sind nur bei tiefen Frequenzen zu erwarten. Technische Relevanz besitzen die Phänomene daher hauptsächlich bei dünnen, schweren und weichen Plattenstrukturen mit kleinen Abmessungen.

Abstract

Subject of the present thesis is to study the sound radiation properties of inhomogeneous damped rectangular plates. The focus of the thesis is the evaluation of different damping configurations.

Due to the inhomogeneous damping travelling bending wave occur. This lead to a migration of the nodal lines in the eigenmodes (complex modes). As a result, the acoustic short circuit is disturbed and the volume displacement of the modes is changed. Consequently, there may be a higher sound radiation than before despite damping.

The focus of the research is the phenomenological analysis of the effects. For this purpose, in preparation for the experimental study numerical calculations are performed. The detected phenomena can also be observed in real CFRP plate structures. Additional validation experiments show that with the help of the theory of elementary radiators a sufficiently accurate approximation solution for the acoustic quantities can be calculated from discrete data.

A point-symmetric and asymmetrically damping configuration proves to be acoustically unfavorable. In comparison, a doubly symmetric damped plate is rather uncritically. Major acoustic changes can be expected only at low frequencies. Technical Relevance therefore have the phenomena mainly in thin, soft and heavy plate structures with small dimensions.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, Sebastian Rothe, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Magdeburg, 19. März 2015

Sebastian Rothe

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Forschung	3
2.1	Schallentstehung, -ausbreitung und -charakterisierung	3
2.1.1	Eigenschaften und Ausbildung eines Luftschallfeldes	3
2.1.2	Körperschallabstrahlung flächiger Strukturen und deren Charakterisierung	6
2.1.3	Abstrahlung von Plattenmoden	13
2.1.4	Auswirkung von Strukturdämpfung	16
2.2	Differentialgleichungen von Systemen mit komplexen Eigenvektoren	20
2.3	Quantifizierung der Komplexität von Moden	22
2.3.1	Modal Collinearity Index	23
2.3.2	Standing Wave Ratio	23
2.4	Akustische Berechnungen über die Elementarstrahlertheorie	24
2.5	Schallabstrahlung inhomogen gedämpfter Platten	27
3	Methodik der Untersuchungen	31
4	Numerische Vorbetrachtungen	33
4.1	Aufbau des Finite-Elemente-Modells und dessen Analyse	33
4.2	Zeit- und Phasenverlauf komplexer Plattenmoden	35
4.3	Eigenformkomplexität bei unterschiedlich hoher Dämpfung	38
4.4	Einfluss des Komplexitätsgrades auf das Schallabstrahlverhalten von Platten . .	41
4.5	Veränderungen in der Richtcharakteristik	44
4.6	Abstrahlverhalten ausgewählter Plattenmoden bei unterschiedlicher Dämpfungs- konfiguration	47
4.7	Einfluss der Komplexität auf die abgestrahlte Schalleistung	52
4.8	Zusammenfassung in Hinblick auf die Experimente	54
5	Experimentelle Untersuchung	56
5.1	Prinzip der Experimentellen Modalanalyse	56
5.2	Methodik und Aufbau der Versuche	58
5.2.1	Versuchsstand	58
5.2.2	Plattenaufbau und Dämpfungsdefinition	59

5.2.3	Messsysteme und -methoden	61
5.2.4	Diskretisierung des Messpunkterasters	63
5.2.5	Experimentelle Modalanalyse mit X-Modal III	65
5.3	Validierung der Methodik	68
5.3.1	Nachweis der Linearität	68
5.3.2	Validierung der Schallintensitätsberechnung	70
5.3.3	Validierung der Berechnung der Schalleistung und des Abstrahlgrades . .	71
5.3.4	Validierung der Schalldruckberechnung	74
5.4	Ergebnisse ausgewählter Schwingformen	76
5.4.1	Homogen gedämpfte Platte (ref)	76
5.4.2	Einfach symmetrisch gedämpfte Platte (1-sym)	77
5.4.3	Antimetrisch gedämpfte Platte (unsym)	78
5.4.4	Zweifach symmetrisch gedämpfte Platte (2-sym)	79
5.4.5	Punktsymmetrisch gedämpfte Platte (pktsym)	80
5.4.6	Vergleich der Abstrahleffizienz der Schwingformen bei unterschiedlicher Dämpfungsconfiguration	82
5.4.7	Zusammenfassung der akustischen Schwingformcharakterisierung	85
6	Zusammenfassung	86
7	Ausblick und Relevanz der Phänomene	88
	Literatur	89
	Anhang	i

Abbildungsverzeichnis

1-1	Schema einer reellen (links) und einer komplexen Eigenform (rechts) am Balken und deren akustische Wirkung	1
2-1	Momentendarstellung einer Longitudinalwelle unter Fernfeldbedingungen	4
2-2	Skizze eines Kugelwellenfeldes	5
2-3	Skizze eines Kolbenstrahlers	6
2-4	Momentendarstellung einer Biegewelle	7
2-5	Bestimmung der Schalleistung über Halbkugelfläche [18]	9
2-6	Schema der Schallabstrahlung von Biegewellen unterschiedlicher Wellenlänge	11
2-7	Vergleich der Wellenzahl von Biege- und Luftschallwelle in Abhängigkeit von der Frequenz	12
2-8	Ausbildung eines ebenes Luftschallfeldes infolge einer Biegewellenanregung	13
2-9	Darstellung verschiedener Eigenformen einer allseitig gelenkig gelagerten Rechteckplatte	14
2-10	Gerader und ungerader Mode einer allseitig gelenkig gelagerten Platte und deren Abstrahlverhalten (2D-Darstellung)	15
2-11	Typen der Schallabstrahlung von Platten unterhalb der Koinzidenzfrequenz	16
2-12	Schematische Darstellung der Wellenreflektion an einer schallharten sowie teilreflektierenden Wand (\hat{v}_+ und \hat{v}_- kennzeichnen die Wellenamplituden, $\Delta\alpha$ die Phasendifferenz)	17
2-13	Schematische Veranschaulichung der <i>Elementarstrahlertheorie</i> , nach [24]	25
2-14	Vergleich des Abstrahlgrades σ von reellen (schwarze Volllinie) und komplexen (rote Strichlinie) Eigenformen [32]	28
2-15	Vergleich der genormten Intensitätsverteilung einer 4x4-Eigenform bei unterschiedlichen Frequenzen [32]	28
2-16	Einteilung der am DLR untersuchten Platten in Gruppen verschiedener Dämpfungskonfiguration	29
3-1	Übersicht der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (Dämpfungsbereich grau markiert)	32
4-1	Verwendetes FE-Modell mit 200 mm Dämpfungstreifen, Platte 1-sym (Angaben in [mm])	34
4-2	Zeitverlauf der 1x1 Mode (1-sym ; $MCI = 0,01$; $e_x = 0,18$; $e_y = 0$)	35
4-3	Zeitverlauf der 2x2 Mode (1-sym ; $MCI = 0,15$; $e_x = 0,3$; $e_y = 0$)	36
4-4	Phasenverlauf der reellen 3x2 Mode (ref ; $MCI = 0$; $e_x = 0$; $e_y = 0$)	37

4-5	Phasenverlauf der komplexen 3x2 Mode (1-sym ; $MCI = 0, 15$; $e_x = 0, 3$; $e_y = 0$)	37
4-6	Phasenverlauf der komplexen 3x2 Mode (unsym ; $MCI = 0, 20$; $e_x = 0, 26$; $e_y = 0, 19$)	37
4-7	Zeitverlauf der 3x2 Mode (unsym; $MCI = 0, 20$; $e_x = 0, 26$; $e_y = 0, 19$)	38
4-8	Verlauf der untersuchten Rayleigh-Daempfung	39
4-9	Abhängigkeit des laufenden Wellenanteils e von der Dämpfung D in der Eigenfrequenz der 2x2 und 3x3 Mode	39
4-10	Komplexität der Moden (1-sym) bei konstanter inhomogener Dämpfung $D \approx 0, 4$ im Vergleich mit den modalen Dämpfungen D_m	41
4-11	Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 5. Eigenfrequenz (2x2, Mode 5, $MCI = 0, 15$, $e_x = 0, 3$)	42
4-12	Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 22. Eigenfrequenz (4x4, Mode 22, $MCI = 0, 45$, $e_x = 0, 56$)	42
4-13	Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 1. Eigenfrequenz (1x1, Mode 1, $MCI = 0, 01$, $e_x = 0, 18$)	43
4-14	Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 21. Eigenfrequenz (7x1, Mode 21, $MCI = 0, 27$, $e_x = 0, 57$)	43
4-15	Schema der Richtcharakteristikberechnung anhand der Platte 1-sym	44
4-16	Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 2x2 Mode	45
4-17	Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 4x4 Mode	45
4-18	Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 2x1 Mode	46
4-19	Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 1x1 Mode	47
4-20	Gewählte Rayleigh-Dämpfung für die weiteren numerischen Berechnungen	48
4-21	Intensitätsverteilung (ref , 4x4, $MCI = 0$)	48
4-22	Intensitätsverteilung (1-sym , 4x4, $MCI = 0, 09$)	49
4-23	Intensitätsverteilung (unsym , 4x4, $MCI = 0, 15$)	49
4-24	Intensitätsverteilung (2-sym , 4x4, $MCI = 0, 07$)	50
4-25	Intensitätsverteilung (pktsym , 4x4, $MCI = 0, 35$)	50
4-26	Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (4x4, Mode 22)	51
4-27	Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen(7x1, Mode 21)	51
4-28	Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (7x1, Mode 21, vergrößerte Darstellung)	52

4-29	Vergleich der Schallleistungsspektren unter Einfluss der Komplexität bei gleicher proportionaler Dämpfung der Moden	53
5-1	Beispiel eines Messpunktrasters (rechts) für ein reales Bauteil (links) [18]	57
5-2	Versuchsstand des DLR im reflektionsarmen Raum	59
5-3	Dämpfungsdefinition der CFK-Platen mittels eingebettetem EPDM (Ausschnitt), Angaben in [mm]	59
5-4	Schematische Übersicht der experimentell untersuchten inhomogen gedämpften Platten	60
5-5	Platte pktsym mit CLD und Reflektionsfolie	61
5-6	Verwendete optische und akustische Messsysteme	62
5-7	Realisierung der Schwingungsanregung mittels Shaker	63
5-8	Visualisierung des irrationalen Anregungspunktes und den Knotenlinien bis zur Ordnungszahl 6	64
5-9	Veranschaulichung des verwendeten Punkterasters (rot), Angaben in [mm]	65
5-10	Konsistenzdiagramm der MPE-Toolbox in <i>X-Modal III (1-sym)</i>	66
5-11	Phasengang der 3x2 Eigenform (1-sym , <i>X-Modal III</i> Datensatz; $MCI = 0,04$; $e_x = 0,14$)	67
5-12	Phasengang der 3x2 Schwingform (1-sym , Experiment; $MCI = 0,15$; $e_x = 0,30$)	67
5-13	Anregungspunkte für die Linearitätsuntersuchung an der Plattenkonfiguration pktsym	69
5-14	Reziprozitätsvergleich an der Plattenkonfiguration pktsym	70
5-15	Vergleich der Intensitätsverteilung der 3x2 Mode bzw. Schwingform (1-sym) aus der FEM-Berechnung, einer Rayleigh-Berechnung und einer Intensitätskartierung bei 232Hz (identische Skalierung)	71
5-16	Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schallleistung P_{ges} (ref)	72
5-17	Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schallleistung P_{ges} (1-sym)	72
5-18	Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (ref)	73
5-19	Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (1-sym)	73
5-20	Skizze der Messpunkte zur Druckvalidierung, gemessen an Plattenkonfiguration 1-sym	74
5-21	Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 2 (1-sym)	75

5-22 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 7 (1-sym)	75
5-23 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (ref , 3x2, Mode 7, FEM)	76
5-24 Richtcharakteristik (ref , 3x2, Mode 7, FEM)	77
5-25 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (1-sym , 3x2)	77
5-26 Richtcharakteristik (1-sym , 3x2-Schwingform, $MCI = 0, 15$, Experiment)	78
5-27 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (unsym , 3x2)	79
5-28 Richtcharakteristik (unsym , 3x2-Schwingform, $MCI = 0, 54$, Experiment)	79
5-29 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (2-sym , 3x2)	80
5-30 Richtcharakteristik (2-sym , 3x2-Schwingform, $MCI = 0, 13$, Experiment)	80
5-31 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (pktsym , 3x2)	81
5-32 Richtcharakteristik (pktsym , 3x2-Schwingform, $MCI = 0, 17$, Experiment)	81
5-33 Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (2x2)	82
5-34 Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (3x2)	84
A-1 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (ref, 2x2, Mode 5, FEM)	ii
A-2 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (ref, 2x2 Schwingform, Experiment)	ii
A-3 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (1-sym, 2x2, Mode 5, FEM)	ii
A-4 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (1-sym, 2x2 Schwingform, Experiment)	iii
A-5 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (unsym, 2x2, Mode 5, FEM)	iii
A-6 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (unsym, 2x2 Schwingform, Experiment)	iii
A-7 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (2-sym, 2x2, Mode 5, FEM)	iii
A-8 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (2-sym, 2x2 Schwingform, Experiment)	iv
A-9 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (pktsym, 2x2, Mode 5, FEM)	iv
A-10 Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (pktsym, 2x2 Schwingform, Experiment)	iv
B-11 Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schallleistung P_{ges} (unsym)	v
B-12 Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schallleistung P_{ges} (2-sym)	v
B-13 Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schallleistung P_{ges} (pktsym)	vi
C-14 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (unsym)	vi
C-15 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (2-sym)	vii

C-16 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahl-
grad σ_{ges} (pktsym) vii

D-17 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 1 (1-sym) viii

D-18 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 3 (1-sym) viii

D-19 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 4 (1-sym) ix

D-20 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 5 (1-sym) ix

D-21 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 6 (1-sym) ix

D-22 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 8 (1-sym) x

D-23 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 9 (1-sym) x

D-24 Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am
Punkt 10 (1-sym) x

Tabellenverzeichnis

2-1	Einteilung der Bewegungsdifferentialgleichungen aufgrund ihrer Eigenwerte und Eigenvektoren nach [11]	21
4-1	Übersicht der verwendeten Materialdaten für eine Standardaluminiumlegierung [13]	33
4-2	Übersicht der Reihenfolge der mit steigender Frequenz auftretenden Moden . . .	40
5-1	Übersicht der Klirrfaktoren bei unterschiedlicher Anregungsamplitude (pktsym)	69

Symbolverzeichnis

a	Plattenabmessung in x-Richtung
A	schwingende Plattenfläche
A_e	Elementarstrahlerfläche
α	Abstrahlwinkel der Luftschallwellen
α_R	massenproportionaler Anteil der Rayleighdämpfung
b	Plattenabmessung in y-Richtung
B	Biegesteifigkeit der Platte
β_R	steifigkeitsproportionaler Anteil der Rayleighdämpfung
c	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit
c_L	Luftwellenausbreitungsgeschwindigkeit
c_B	BiegeWellenausbreitungsgeschwindigkeit
d	Kolbendurchmesser
D	Lehrsches Dämpfungsmaß
D_a	antimetrische Dämpfungsmatrix
D_m	modale Dämpfung
D_{Ray}	Rayleighdämpfung
D_s	symmetrische Dämpfungsmatrix
e	reziproker Wert des SWR
e_x	reziproker Wert des SWR in x-Richtung
e_y	reziproker Wert des SWR in y-Richtung
E	Elastizitätsmodul
f	Frequenz
F_A	Kraftanregung am Punkt A
F_B	Kraftanregung am Punkt B
f_c	Koinzidenzfrequenz
h	Dicke der Platte
I	Schallintensität
j	imaginäre Zahl
k	Wellenzahl
k_B	BiegeWellenzahl
k_{Bf}	freie BiegeWellenzahl der Platte
k_l	Klirrfaktor
k_L	Luftwellenzahl
k_{lA}	Klirrfaktor am Punkt A bei Anregung am Punkt B
k_{lB}	Klirrfaktor am Punkt B bei Anregung am Punkt A
k_M	Faktor des massenproportionalen Anteils
k_S	Faktor des steifigkeitsproportionalen Anteils
l_{max}	größte Strahlerabmessung
λ	Wellenlänge
λ_B	BiegeWellenlänge

λ_e	Eigenwerte
λ_L	Luftwellenlänge
M	Massenmatrix
m''	ortsabhängige Flächenmasse der Platte
M_s	symmetrische Massenmatrix
n	Normalenvektor
ν	Querkontraktionszahl
ω	Kreiswellenzahl
p	Schalldruck
\mathbf{p}	Schalldruckmatrix
\hat{p}	komplexe Schalldruckamplitude
p_0	Schalldruckreferenzwert für Pegelberechnung
p_e	Eingangsdruck
p_{ei}	durch die Elementarstrahler hervorgerufene Einzeldrücke
p_f	Lastvektor
p_r	Ausgangsdruck
P	Schalleistung
P_0	Referenzschalleistung für Pegelberechnung
P_{ges}	Gesamtschalleistung der Platte/Mode
P_{max}	maximale Schalleistung eines vergleichbaren Kolbenstrahlers
φ	Phasenwinkel
Ψ	Eigenform/Eigenfunktion
$\tilde{\Psi}$	um 45° gedrehte Eigenform/Eigenfunktion
Ψ_{max}	maximale modale Auslenkung
Ψ^{Im}	Imaginärteil der Eigenform
Ψ^{Re}	Realteil der Eigenform
q_e	Volumenfluss
q_x	Anzahl Schwingungsbäuche in x-Richtung
q_y	Anzahl Schwingungsbäuche in y-Richtung
r	radialer Abstand zur Schallquelle
r_f	Reflektionsgrad
r_{mn}	radialer Abstand des Aufpunktes zum Elementarstrahler
\mathbf{R}_{mn}	Abstandsmatrix
ρ	Materialdichte
ρ_L	Dichte der Luft
s	Maximalabstand der Messpunkte
S	Steifigkeitsmatrix
S_a	antimetrische Steifigkeitsmatrix
S_s	symmetrische Steifigkeitsmatrix
σ	Abstrahlgrad
σ_0	Abstrahlgradreferenzwert für Pegelberechnung

t	Zeit
T	Periodendauer
u	Auslenkung
u_{AB}	Auslenkung am Punkt A infolge Kraftanregung am Punkt B
u_{BA}	Auslenkung am Punkt B infolge Kraftanregung am Punkt A
u_n	Amplituden der Oberschwingungen mit n-facher Frequenz
U	Amplitudenverlauf
U_+	Amplitudenverlauf in positiver Richtung
U_-	Amplitudenverlauf in negativer Richtung
v	Schallschnelle
v_+	hinlaufende Welle (Schnelle)
v_-	rücklaufende Welle (Schnelle)
v_0	Wellenausgangsamplitude
v_l	laufender Wellenanteil
v_s	stehender Wellenanteil
\bar{w}^2	gemitteltes Quadrat der effektiven Oberflächenschnelle
W	verrichtete Arbeit
W_A	verrichtete Arbeit am Punkt A
W_B	verrichtete Arbeit am Punkt B
w_e	Oberflächenschnelle der Elementarstrahlerfläche
\mathbf{w}_e	Oberflächenschnellenmatrix
\hat{v}^*	komplex konjugierte Schallgeschwindigkeitsamplitude
x	Ortskoordinate
x_{en}	x-Koordinate des Elementarstrahlers
x_m	x-Koordinate des Aufpunktes
y	Ortskoordinate
y_{en}	y-Koordinate des Elementarstrahlers
y_m	y-Koordinate des Aufpunktes
\mathbf{Z}	Impedanzmatrix
Z_0	Schallkennimpedanz
z_m	z-Koordinate des Aufpunktes
Z_s	spezifische Impedanz

Abkürzungsverzeichnis

1-sym	einfach symmetrisch gedämpfte Platte
2-sym	zweifach symmetrisch gedämpfte Platte
Abb.	Abbildung
APDL	ANSYS Parametric Design Language
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
CFK	Carbonfaser-verstärkter Kunststoff
CLD	Constrained-layer Damping
d.h.	das heißt
DGL	Differentialgleichung
DIN	deutsche Industrienorm
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
E-Modul	Elastizitätsmodul
EN	europäische Norm
EPDM	Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk
FE	finites Element
FEM	Finite-Elemente-Methode
FG	Freiheitsgrad
FKV	Faserkunststoffverbunde
Gl.	Gleichung
ISO	International Organization for Standardization
LSV	Laser-Scanning-Vibrometer
MCI	Modal Collinearity Index
Ord.-Nr.	Ordnungsnummer
pktsym	punktsymmetrisch gedämpfte Platte
ref	Referenzplatte
RFP	Rational Fraction Polynomial
s.	siehe
SWR	Standing Wave Ratio
Tab.	Tabelle
UMPA	Unified Matrix Polynomial Approach
unsym	unsymmetrisch gedämpfte Platte
vgl.	vergleiche
vs.	versus
z.B.	zum Beispiel

1 Einleitung

Der akustischen Bewertung von Bauteilen in der frühen Phase der Konstruktion, wird immer größere Bedeutung zugesprochen. Die genaue Kenntnis von auftretenden Schwingungsphänomenen ist hierbei eine unverzichtbare Grundvoraussetzung. Darüber hinaus werden durch die immer stärker werdende Forderung nach innovativen Leichtbaulösungen, auch die für die Schallabstrahlung verantwortlichen Schwingungseigenschaften immer komplexer.

Das Schallabstrahlverhalten von Strukturen wird maßgeblich von dem Verhalten in den Eigenfrequenzen bestimmt. Die sich dabei ausbildenden Eigenformen (Eigenvektoren) sind für proportional gedämpfte Systeme stets reell und hinreichend erforscht. Durch optimierende Maßnahmen hinsichtlich des Gewichtes der Bauteile und/oder der Effektivität der Schwingungsberuhigung, wird Dämpfung oft lokal und somit inhomogen definiert. Infolgedessen besitzt die Annahme von rein reellen Eigenformen keine Gültigkeit mehr. Das Eigenwertproblem aus der differentiellen Beschreibung des Systems liefert komplexwertige Eigenvektoren [11]. Dies bedeutet, dass sich keine stehenden Wellen mit fixen Knotenpunkten und Phasengleichheit der Freiheitsgrade ausbilden. Stattdessen setzen sich die Eigenmoden aus einem stehenden und einem laufenden Wellenteil zusammen, woraus ein harmonisches Wandern von Schwingungsbäuchen und -knoten über die Struktur resultiert [24]. Dieses Verhalten soll in der Abb. 1-1 anhand des rechten Schemas veranschaulicht werden.

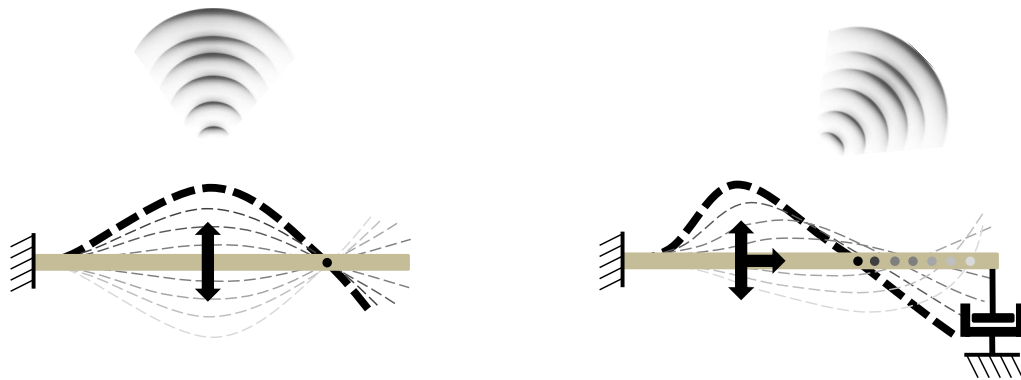


Abb. 1-1: Schema einer reellen (links) und einer komplexen Eigenform (rechts) am Balken und deren akustische Wirkung

Zum Vergleich wird links die gleiche Eigenform am ungedämpften Fall gezeigt. Die gestrichelten Linien veranschaulichen den Amplitudenverlauf zu unterschiedlichen Zeiten. Des Weiteren wird durch die Pfeile die Bewegung des Maximums symbolisiert. Die phasenverschobenen Auslenkungen können das akustische Verhalten wesentlich beeinflussen. Das zeigen bisherige theoretische und numerische Untersuchungen des Schallabstrahlverhaltens komplexer Platteneigenformen [31, 32].

Aufgrund dessen ist eine weitere Charakterisierung dieser Phänomene, auch in Hinblick auf eine exaktere Vorhersage des akustischen Verhaltens, sehr bedeutend. Eine experimentelle Analyse

laufender Schwingformen bzw. eine Validierung der konstatierten Effekte in [31, 32] ist bisher nicht durchgeführt worden. Dies soll das Hauptziel dieser Arbeit darstellen. Schwerpunktmäßig wird hierbei der Einfluss unterschiedlicher Dämpfungskonfigurationen analysiert.

Es sollen auf der Grundlage des aktuellen Standes der Forschung weitgreifende Experimente durchgeführt werden. Als Basis der Studien dienen Plattenstrukturen mit unterschiedlicher Dämpfungsverteilung. Die Charakterisierung der Schallabstrahlung wird neben der globalen Betrachtung insbesondere auf modaler Ebene erfolgen, um allgemeingültige Aussagen treffen zu können. Das bedeutet, dass primär einzelne Eigenformen analysiert werden, deren phänomenologisches akustisches Verhalten für eine generalisierte Bewertung im Fokus der Untersuchung steht.

Die Arbeit soll weiterhin die Frage des Einflusses der Komplexität der Eigenmoden auf das Abstrahlverhalten von Platten klären sowie die in [31, 32] und in dieser Arbeit aufgestellten Thesen experimentell bestätigen. Hierzu werden parallel numerische und analytische Berechnungen vergleichbarer Plattenstrukturen durchgeführt. Durch diese können akustische Effekte detailliert studiert werden. Zugleich stärken sie die experimentelle Aussagekraft.

In allen Untersuchungen liegt das Hauptaugenmerk auf drei entscheidenden Eigenschaften von Schallquellen. Dazu gehört der Abstrahlgrad der Platteneigenformen und die Schallintensität im Fernfeld sowie die Richtcharakteristik des resultierenden Schallfeldes. Selbige werden analysiert und verglichen.

Am Ende dieser Arbeit werden die Ergebnisse zusammengefasst und bewertet. Hierzu wird stets der Bezug zu realen Problemstellungen hergestellt und die technische Relevanz der akustischen Effekte diskutiert.

2 Stand der Forschung

Für die Interpretation und Bewertung komplexer akustischer Phänomene ist es essenziell, die Grundlagen der Schallentstehung genauestens zu verstehen. Diesbezüglich sollen die folgenden Abschnitte Aufschluss bieten. Es werden die mathematischen und physikalischen Hintergründe geklärt sowie wichtige Größen zur Charakterisierung von Schallfeldern definiert. Im Speziellen wird auf die Ursache und die Eigenschaften komplexer Eigenformen eingegangen und Indikatoren für deren Klassifizierung erläutert. Ferner wird der aktuelle Forschungsstand in Hinblick auf die akustische Wirkung komplexer Moden kurz erörtert. Aufgrund der in dieser Arbeit im Mittelpunkt stehenden experimentellen Untersuchung, sollen das Verfahren der experimentellen Modalanalyse sowie die Elementarstrahlertheorie, die eine effektive Berechnung akustischer Größen ermöglicht, kurz vorgestellt werden.

Zum besseren Verständnis sei darauf hingewiesen, dass die Eigenvektoren der Strukturen im Folgenden oft mit den Begriffen „Mode“ und „Eigenform“ bezeichnet werden, um nicht ständig den gleichen Wortlaut zu benutzen. Sie beschreiben indes immer den gleichen Sachverhalt.

2.1 Schallentstehung, -ausbreitung und -charakterisierung

Der Schall wird generell als mechanische Schwingung elastischer Medien verstanden. Werden infolge einer äußeren Kraft einzelne Moleküle aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht und danach sich selbst überlassen, führen diese aufgrund ihrer Trägheit und der Elastizität des Materials eine periodische Schwingung um ihre Ruhelage aus. Diese pflanzt sich, je nach Medium, in Form von Wellen unterschiedlicher Art fort. Die einzelnen schwingenden Teilchen wandern jedoch nicht weiter, sondern übertragen nur die Energie des Schalls. Es findet allein ein Energietransport, kein Massetransport durch die Wellenbewegung statt [34].

In dieser Arbeit werden ausschließlich die Schallwellen in Luft (Luftschall) und Festkörpern (Körperschall) betrachtet. Deren Entstehung, Ausbreitung und Charakterisierung widmen sich die nachfolgenden Abschnitte.

2.1.1 Eigenschaften und Ausbildung eines Luftschallfeldes

Die Ausbreitung von Schall in Luft ist nur durch zeitlich und örtlich veränderliche Druckschwankungen möglich, bedingt dadurch, dass in einem Fluid keine Schubkräfte übertragen werden können. Es kommt zur Kompression und Expansion der Luftmoleküle und damit zu einem Wechsel von Über- und Unterdruck. Die sich dabei ergebende, sich von der Schallquelle weg bewegende Dichtewelle, auch Longitudinalwelle genannt, ist gleichgerichtet mit der Schwingungsrichtung der Teilchen. Die Momentendarstellung in Abb. 2-1 soll diesen Sachverhalt veranschaulichen [34]. Wird angenommen, dass es sich bei der Schallquelle um einen *Kugelstrahler 0-ter Ordnung* handelt, entsteht ein ideales Kugelwellenfeld. Dieser Strahler wird auch Monopolquelle oder Elementarstrahler genannt und kann als atmende bzw. pulsierende Kugel betrachtet werden, die periodisch ihr Volumen ändert. Die Oberflächenschnellen der Kugel sind dabei in jedem Punkt

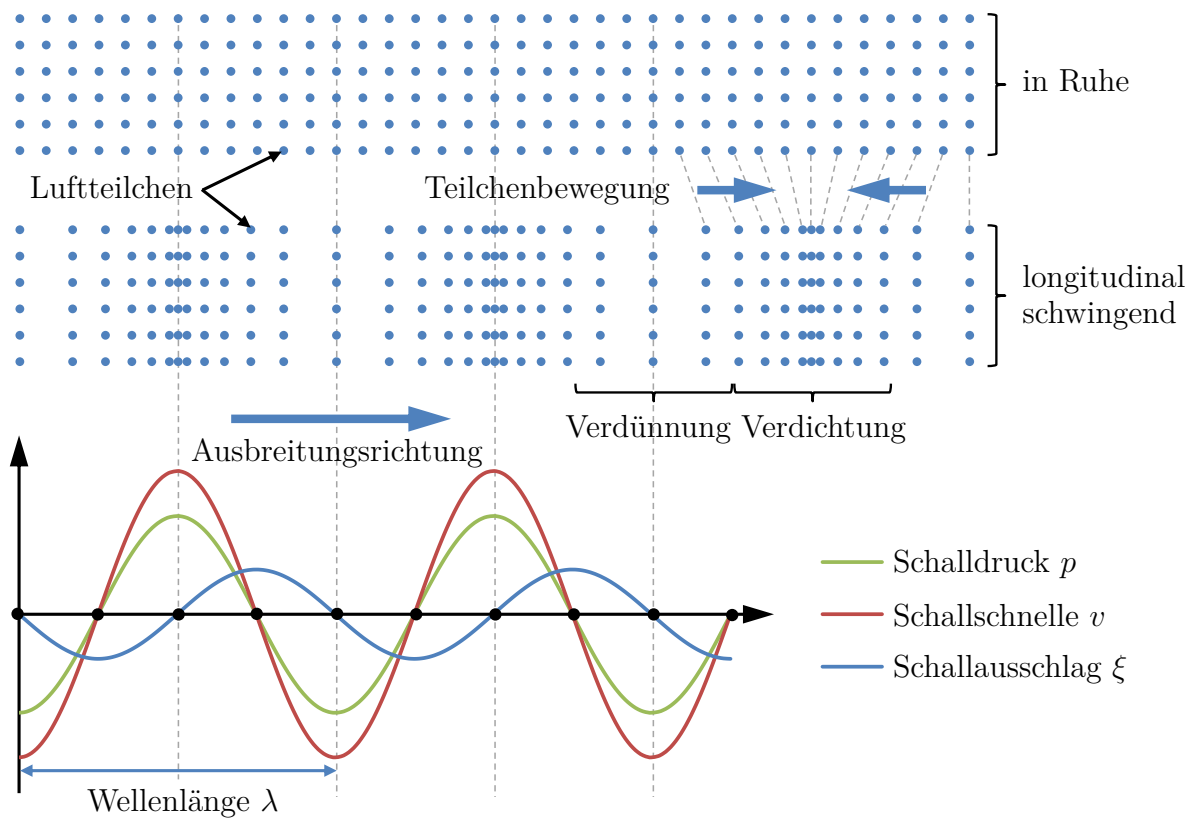


Abb. 2-1: Momentandarstellung einer Longitudinalwelle unter Fernfeldbedingungen

stets gleich groß. Die Abb. 2-2 zeigt das entstehende Wellenfeld bei periodischer Anregung der Luft durch die Schallquelle. Hier verdeutlichen die Linien gleicher Art (Strichlinie oder Volllinie) Phasengleichheit (Verdichtung oder Verdünnung) der Luftteilchen. Weiterhin ist zu erkennen, dass ab einem ausreichend großen Abstand r von der Schallquelle das Wellenfeld für einen kleinen, separat betrachteten Bereich als ebene Welle angenähert werden kann. Dies wiederum führt zu vielen Vereinfachungen. Dieser Bereich wird Fernfeld genannt und ist über die Wellenlänge λ definiert. Es muss nach [34]

$$r > 2\lambda \quad (2-1)$$

gelten, damit Fernfeldbedingungen vorliegen. Für die meisten akustischen Problemstellungen gilt die Forderung Gl. 2-1. Aufgrund dessen beziehen sich die folgenden Betrachtungen und Formeln auf eine ebene fortschreitende Welle bei sinusförmiger Anregung.

Zur Beschreibung des Wellenfeldes werden die sogenannten Schallfeldgrößen, Schalldruck p und Schallschnelle v , herangezogen. Es handelt sich dabei um Wechselgrößen. Der Schalldruck beschreibt jeweils den Über- bzw. Unterdruck (bezogen auf den atmosphärischen Luftdruck), welcher sich infolge der Dichteänderung ergibt. Die Schallschnelle dagegen gibt die Geschwindigkeit an, mit der die Teilchen um ihre Ruhelage schwingen. Der Schallausschlag ξ , der den Weg der Teilchen aus ihrer Ruhelage kennzeichnet, eilt den Schallfeldgrößen jeweils um 90° voraus. Schalldruck und Schallschnelle sind dementsprechend bei einer ebenen Schallwelle phasengleich. Dies

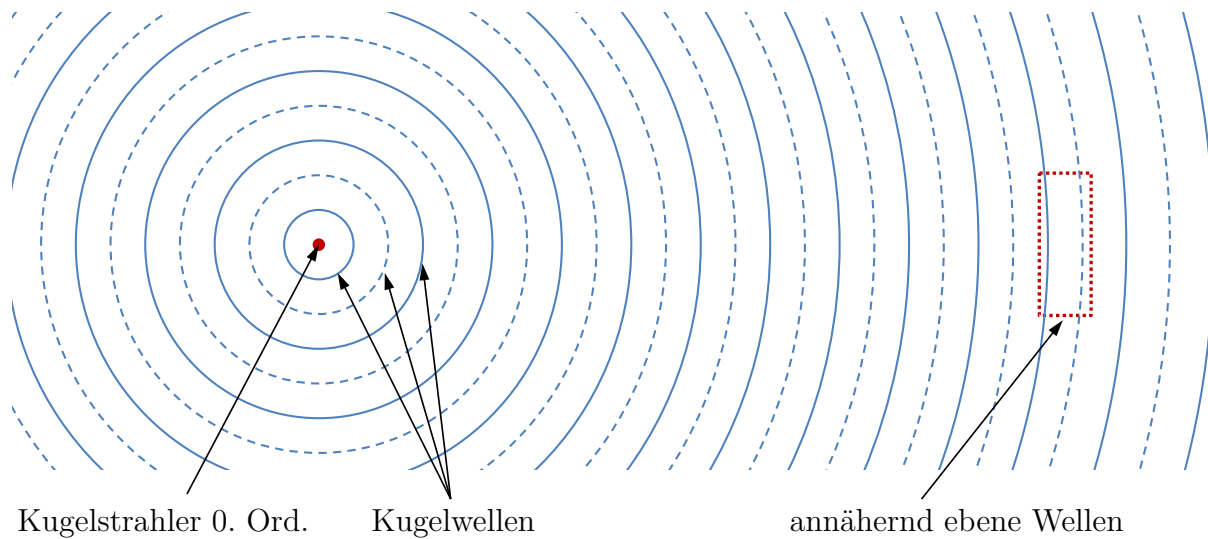


Abb. 2-2: Skizze eines Kugelwellenfeldes

soll die Abb. 2-1 anhand der eingezeichneten Sinusverläufe veranschaulichen. Die gestrichelten bzw. durchgezogenen Linien kennzeichnen jeweils phasengleiche Maxima der Longitudinalwelle (gilt gleichermaßen für Abb. 2-3). Im Nahfeld ($r < 2\lambda$), in dem Kugelwellen zu erwarten sind, ändert sich diese Phasenverschiebung. Grund hierfür ist, dass ein Teil der Luftmasse nahe der Schallquelle wie eine Art Feder-Masse-System hin und her schwingt, ohne dabei komprimiert zu werden (kein Energietransport). Hieraus folgt, dass die Schallschnelle einen Blindanteil besitzt, der nichts zur Schallabstrahlung beiträgt. Der Schalldruck eilt im Zuge dessen der Schallschnelle 90° voraus [21, 34].

Ein weiteres oft verwendetes Modell ist der Kolbenstrahler. Er repräsentiert eine sich auf und ab bewegende Kolbenmembran bzw. -platte wie in Abb. 2-3 schematisiert. Um einen akustischen Kurzschluss (Druckausgleich zwischen Ober- und Unterseite des Kolbens) zu vermeiden, ist dieser in einer schallharten unendlich ausgedehnten Platte eingefasst. Wird die Bedingung erfüllt, dass der Durchmesser d des Kolbens klein gegenüber der Wellenlänge λ ist

$$d \ll \lambda, \quad (2-2)$$

so kann sein Verhalten mit dem eines *Kugelstrahlers 0ter-Ordnung* verglichen werden. Es kommt zur Abstrahlung von Kugelwellen in den Halbraum, welche ebenfalls in der Abb. 2-3 skizziert wurden [34].

Die Größe der Schallabstrahlung durch den Kolben ist abhängig von seiner Schwingfrequenz. Mit steigender Frequenz (weniger Zeit) kann der Druckausgleich zwischen Druckmaxima in der Kolbenmitte zum Rand hin immer schlechter realisiert werden, womit gleichzeitig mehr Schall(-energie) abgestrahlt werden kann. Zudem erfolgt ab einer bestimmten Frequenz, bei der die Forderung Gl. 2-2 nicht mehr erfüllt werden kann, eine gerichteterere Schallabstrahlung in Richtung der Kolbenachse [34].

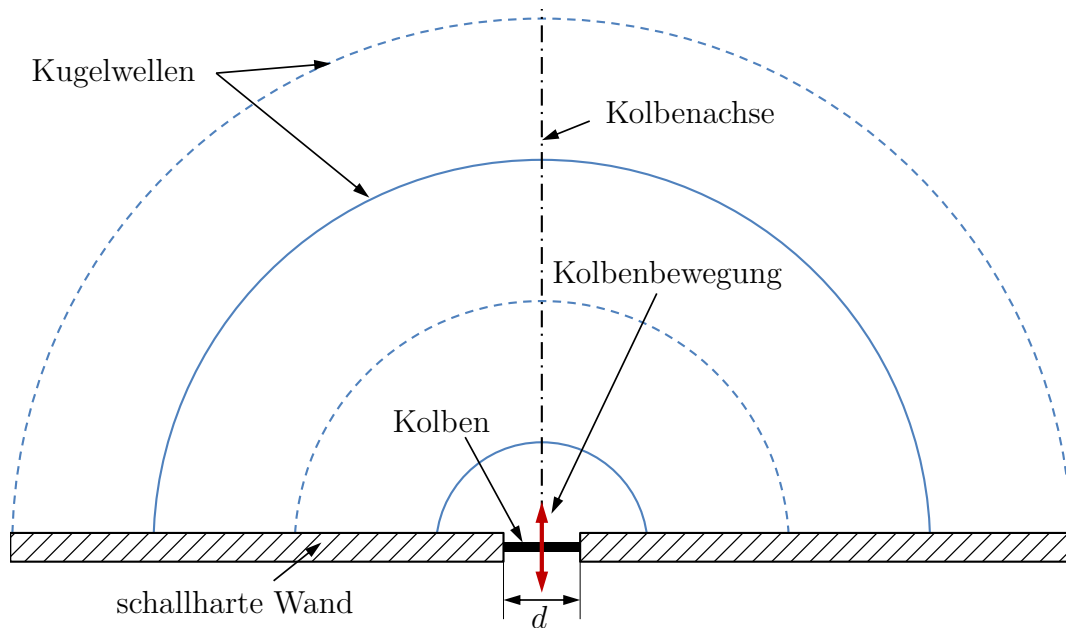


Abb. 2-3: Skizze eines Kolbenstrahlers

Der Widerstand, den die Luft dem schwingenden Kolben entgegensetzt, wird als spezifische Impedanz Z_s bezeichnet. Sie definiert im Allgemeinen den Schwingwiderstand des umgebenden Fluids, welcher der Schallwelle entgegenwirkt. Die Impedanz kann über den einfachen Zusammenhang [18]

$$Z_s = \rho_{Fluid} \cdot c_{Fluid} \quad (2-3)$$

als Produkt aus der Dichte ρ_{Fluid} und der Schallgeschwindigkeit c_{Fluid} des Fluids berechnet werden. Für sämtliche Betrachtungen dieser Arbeit wird Luft (Index L) als Fluid unter Raumtemperaturbedingungen angenommen, wodurch sich die folgenden Parameter ergeben [13]:

$$\rho_L = 1,225 \frac{kg}{m^3} \quad c_L = 340,29 \frac{m}{s} .$$

2.1.2 Körperschallabstrahlung flächiger Strukturen und deren Charakterisierung

Nachdem allgemein erläutert wurde, wie es zur Ausbildung eines Luftschallfeldes kommt, soll an diesem Punkt näher auf die luftschallverursachenden Quellen eingegangen werden. In dieser Abhandlung ist nur die Wirkung der schwingenden Festkörper auf das Fluid von Interesse. Eine gegensätzliche Beeinflussung vom Fluid auf den Festkörper wird nicht betrachtet.

Damit es überhaupt zu einer Schallabstrahlung kommen kann, muss der Festkörper Körperschallenergie besitzen. Diese äußert sich in Form von mechanischen Schwingungen des elastischen Körpers und wird als Körperschall bezeichnet. Hierzu muss das elastische Medium durch eine äußere Kraft angeregt werden. Wie im Fluid breitet sich dieser Schall in Form von Wellen aus.

Da in festen, isotropen Körpern zusätzlich zur Längsdehnung Querkontraktion (Querdehnung) auftritt, kann sich der Schall nicht nur durch Longitudinal-, sondern zudem durch Transversalwellen ausbreiten. Hierzu zählt neben der ebenen Transversalwelle auch die Torsionswelle. Die hier betrachteten Plattenstrukturen weisen die Besonderheit auf, dass sie begrenzte Medien darstellen, die zwei Abmessungen besitzen, welche wesentlich größer sind als die dritte. Zudem ist die Plattendicke viel geringer als die zu erwartenden Wellenlängen des Körperschalls im interessierenden Frequenzbereich. Folglich kommt es zu der Ausbildung einer weiteren Wellenart, der sogenannten Biegewelle. Diese verursacht nach *Möser* [24] und *Kollmann* [18] den maßgeblichen Anteil an der Schallabstrahlung. Auf Grund dieser Tatsache wird allein ebendiese für weitere Betrachtungen herangezogen. Die typische Verteilung der Teilchen einer Biegewelle zeigt die Abb. 2-4.

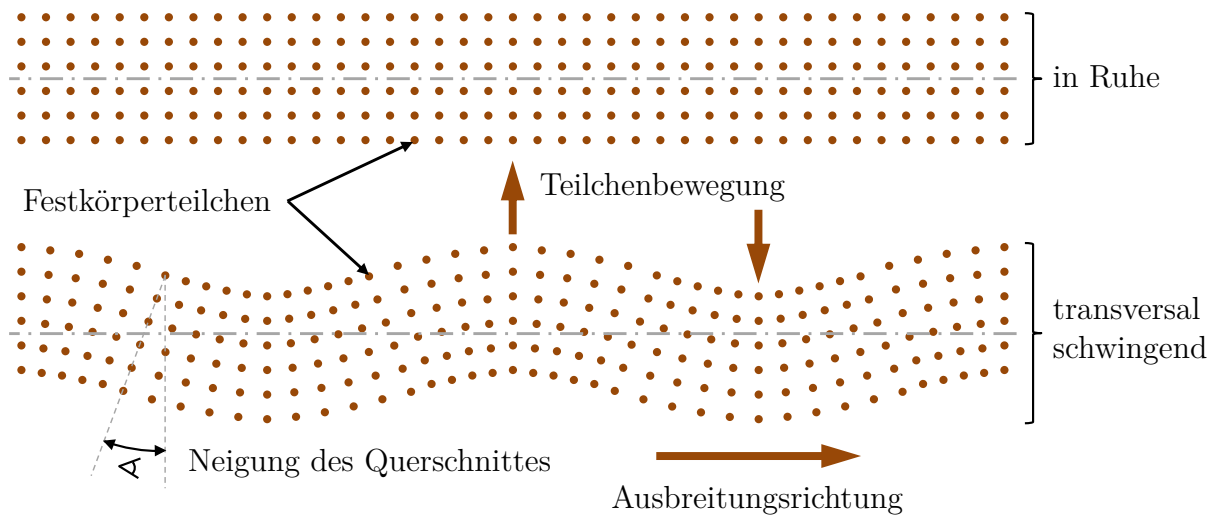


Abb. 2-4: Momentandarstellung einer Biegewelle

Es ist zu erkennen, dass die Teilchen der elastischen Struktur senkrecht zur Ausbreitungsrichtung schwingen. Hinzu kommt eine überlagerte Schrägstellung des Querschnittes (Krümmung) [15]. Auf eine Herleitung der Wellendifferentialgleichung und deren Lösung wird hier verzichtet. Zu diesem Zweck wird auf die Werke von *Fahy* [9] und *Möser* [24] verwiesen.

Von besonderem Interesse sind die Eigenschaften von Biegewellen oder auch Biegeschwingungen von Rechteckplatten. Die Biegewellenlänge kann nach *Kollmann* [18] über die Dichte ρ des Plattenmaterials und der Plattendicke h folgendermaßen bestimmt werden

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega}} \sqrt[4]{\frac{B}{\rho h}} \quad (2-4)$$

Über die allgemein geltende Beziehung für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c von Wellen [23]

$$c = \frac{\omega \lambda}{2\pi} = f \lambda \quad (2-5)$$

kann relativ einfach die Formel zur Berechnung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Biegewellen c_B in Platten hergeleitet werden [23]

$$c_B = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{B}{\rho h}} \quad . \quad (2-6)$$

Es ist zu erkennen, dass die Gl. 2-6 in Abhängigkeit zur Kreisfrequenz ω und damit zur Frequenz f steht, denn

$$\omega = 2\pi f \quad . \quad (2-7)$$

Die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit in Festkörpern ist demnach, im Gegensatz zu den Luftschallwellen, dispersiv (frequenzabhängig) [23].

Fernerhin ist die Biegesteifigkeit B der Rechteckplatte unbekannt. Diese kann über den Zusammenhang [18]

$$B = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2-8)$$

mit Hilfe des Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl ν berechnet werden. Mit diesen einfachen Zusammenhängen lassen sich die Biegewellen für akustische Zwecke ausreichend charakterisieren. Es gilt jedoch zu klären, wie die durch sie transportierte Körperschallenergie auf das Fluid übertragen wird.

Was dies betrifft sind allein die orthogonalen Komponenten der Oberflächenschnellen verantwortlich. Nur sie regen die angrenzenden Luftteilchen zu Schwingungen an. Das erklärt auch die dominierende Wirkung der Biegewellen bei der Schallabstrahlung. Bei ihnen findet die Teilchenschwingung bereits senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, folglich senkrecht zur Plattenoberfläche statt. Darüber hinaus ist der Biegewiderstand von Plattenstrukturen in technischen Anwendungsfällen wesentlich geringer als der Widerstand gegen Dehnung (bei Longitudinalwellen). Biegewellen sind daher leichter anzuregen und dominieren in der Regel das Schwingungsverhalten [23].

Für Berechnungen kann angenommen werden, dass die Schnellekomponente auf der Oberfläche mit der angrenzenden Schnelle des Fluids (Grenzfläche) übereinstimmt. Dieser Sachverhalt wird als *Fluid-Struktur-Kopplung* bezeichnet und entspricht dem Grundprinzip der Vibroakustik. Vorausgesetzt wird, dass die Fluideigenschaften unabhängig von der Wellenausbreitungsrichtung (**Isotropie**), überall gleich (**Homogenität**) und unabhängig von der Amplitude sowie Phase des Schalldrucks (**Linearität**) sind. Eine weitere Annahme ist, dass Schallschnelle und Schalldruck in Phase liegen. Diese Voraussetzungen ermöglichen die Anwendung der in Kapitel 2.4 erläuterten Elementarstrahlertheorie [21].

Zur Beurteilung des akustischen Abstrahlverhaltens von Schallquellen sind zwei Größen von besonderer Bedeutung. Zum einen ist es interessant zu wissen, wie viel Energie pro Zeiteinheit von der Schallquelle in das Fluid abgestrahlt wird (*Schallleistung*). Zum anderen wie effizient

die Struktur der Schallquelle, aufgrund seiner geometrischen Eigenschaften, die Schallenergie abstrahlen kann. Hierzu eignet sich insbesondere der *Abstrahlgrad* als Indikator [18]. Dieser spielt in den folgenden Untersuchungen eine zentrale Rolle.

Zuerst wird jedoch die von einem Objekt abgestrahlte **Schalleistung** P definiert. Sie kann durch Integration der Schallintensität I über eine Kontrollfläche bestimmt werden. Diese geschlossene Kontrollfläche S wird so über das Objekt gelegt, dass sich keine Störquellen darin befinden. Zumeist wird eine Halbkugelfläche über der Schallquelle definiert und der Boden als schallhart angenommen (siehe Abb. 2-5) [18].

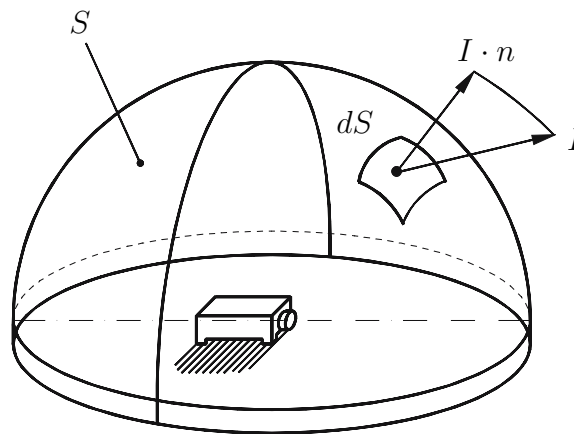


Abb. 2-5: Bestimmung der Schalleistung über Halbkugelfläche [18]

Wird eine differentiell kleine Fläche dS betrachtet, an welcher der Intensitätsvektor I bestimmt werden kann, so lässt sich die Schalleistung P als integrale Summe der orthogonalisierten Intensitäten der infinitesimal kleinen Flächenstücke wie folgt bestimmen [18]:

$$P = \int_S I \cdot n \, dS \quad . \quad (2-9)$$

Der Intensitätsvektor I wird dazu über das Skalarprodukt mit dem Normalenvektors n an dem differentiellen Flächenstück dS orthogonalisiert.

Die noch unbekannte **Schallintensität** I ergibt sich als Produkt aus skalarem Druck p und vektorieller Schallschnelle v , die zeitlich und örtlich variieren können [18]:

$$I(x, t) = p(x, t) \cdot v(x, t) \quad . \quad (2-10)$$

Infolgedessen ist auch die Schallintensität I eine vektorielle Größe, die vom Ort x und der Zeit t abhängig ist. Sie beschreibt im Umkehrschluss die auf eine Fläche bezogene Schalleistung P . Daher kann sie, unabhängig von der Geometrie der schallabstrahlenden Fläche, zwischen unterschiedlichen Strukturen verglichen werden.

Die beiden Feldgrößen Schalldruck p und Schallschnelle v sind periodisch veränderlich (komplex), womit sich die effektive Intensität durch zeitliches Integrieren über die Periodendauer T berechnet [18]:

$$I(x) = \frac{1}{T} \int_T I(x, t) \quad . \quad (2-11)$$

Somit wird die Größe der Schallintensität nicht nur durch die Amplituden der Feldgrößen bestimmt, sondern auch von der Phasendifferenz zwischen diesen. Mit der komplexen Schreibweise der Größen kann aus Gl. 2-11 folgende Formel abgeleitet werden [18]:

$$I = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{\hat{p}} \cdot \underline{\hat{v}}^*\} \quad . \quad (2-12)$$

Mit $\underline{\hat{p}}$ wird in Gl. 2-12 die komplexe Druckamplitude bezeichnet. Der Vektor $\underline{\hat{v}}^*$ stellt die komplex konjugierte Schallgeschwindigkeitsamplitude dar und $\operatorname{Re}\{\}$ symbolisiert, dass nur der Realteil des Feldgrößenproduktes relevant ist [18]. Die Gl. 2-12 liefert somit stets eine reelle Größe für I . Sie wird als Wirkintensität bezeichnet.

Durch Kenntnis der Schalleistung respektive der Schallintensität kann schließlich der **Abstrahlgrad** σ berechnet werden. Er beschreibt das Verhältnis der tatsächlich abgestrahlten Leistung P zur maximalen Leistung P_{max} , welche durch einen mit gleich großer Oberfläche und gleicher Frequenz schwingenden Kolben (s. Kolbenstrahler Kapitel 2.1.1) abgestrahlt werden kann [17]:

$$\sigma = \frac{P}{P_{max}} \quad . \quad (2-13)$$

Die Voraussetzung, dass der Strahler die maximale Leistung P_{max} in das Fluid abstrahlen kann, ist, dass seine geometrischen Abmessungen im Vergleich zur Schallwellenlänge wesentlich größer sind. Diese sinkt bekanntlich mit steigender Frequenz (vgl. Gl. 2-5). Sind die genannten Bedingungen gegeben und somit Gl. 2-2 nicht erfüllt, wird eine ebene Schallwelle abgestrahlt und der Abstrahlgrad ergibt sich mit $\sigma = 1$. Grundsätzlich kann ein Abstrahlgrad von $\sigma \leq 1$ erwartet werden [18]. Es gibt jedoch eine Ausnahme, bei der der Abstrahlgrad $\sigma > 1$ werden kann. Dieser Fall wird im weiteren Verlauf dieses Abschnittes diskutiert.

Die zur Berechnung des Abstrahlgrades benötigte maximale durch einen Kolben abgestrahlte Leistung P_{max} lässt sich über nachstehende Gleichung berechnen [18]:

$$P_{max} = Z_s A \overline{\tilde{w}^2} \quad . \quad (2-14)$$

Die schallabstrahlende Oberfläche der Struktur wird hier mit A bezeichnet. Das gemittelte Quadrat der effektiven Schnelle der schwingenden Fläche A wird mit $\overline{\tilde{w}^2}$ definiert. Des Weiteren geht die spezifische Impedanz des Fluids Z_s als Faktor mit ein.

Für den speziellen Fall, dass Luft das umgebende Medium darstellt, lässt sich die Formel für den Abstrahlgrad eines Strahlers folgendermaßen kompakt umschreiben [17]:

$$\sigma = \frac{P}{\rho_L c_L A \bar{w}^2} \quad (2-15)$$

Nachdem die wichtigsten Größen zur Charakterisierung einer Schallquelle definiert wurden, soll das Schema in Abb. 2-6 helfen, das Abstrahlverhalten von BiegeWellen besser zu verstehen. Entscheidenden Einfluss darauf hat das Verhältnis zwischen der Wellenlänge der Luft λ_L und der BiegeWellenlänge der Platte λ_B .

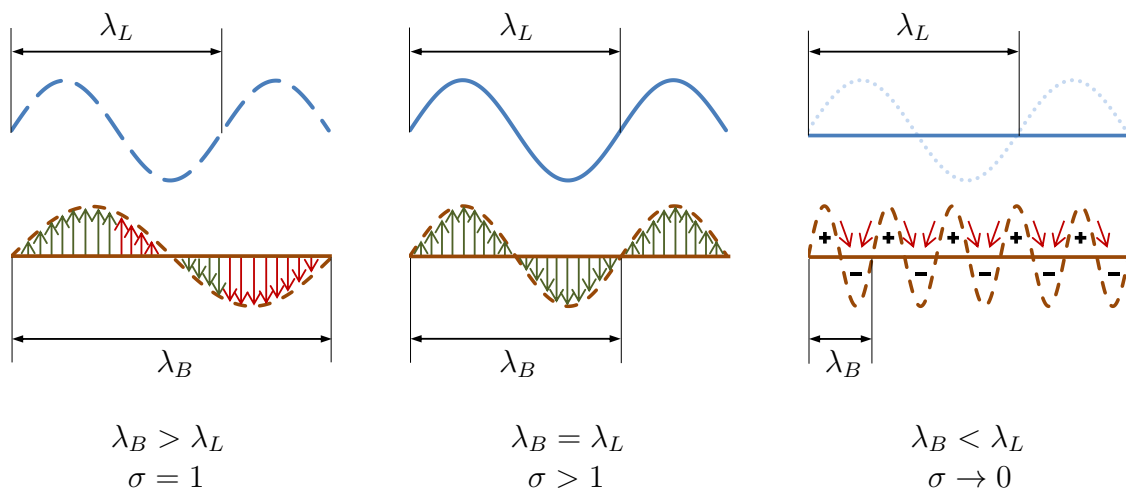


Abb. 2-6: Schema der Schallabstrahlung von BiegeWellen unterschiedlicher Wellenlänge

Die in der Abb. 2-6 dargestellten Sinusverläufe sollen lediglich zur einfachen Phänomenbeschreibung dienen. Sie könnten z.B. die Druck- oder Geschwindigkeitsverläufe der jeweiligen Welle darstellen. Zwischen der BiegeWelle des Festkörpers (unten) und der Longitudinalwelle des Fluids (oben) soll Fluid-Struktur-Kopplung an der Grenzschicht angenommen werden.

Tritt der Fall ein, dass die BiegeWellenlänge λ_B größer ist als die Luftschallwellenlänge λ_L (s. Abb. 2-6 linke Darstellung), so wird die Longitudinalwelle der Luft nur partiell durch die BiegeWelle angeregt. Es bildet sich ein ebenes Luftschallfeld aus, bei dem allerdings die Maxima bzw. Minima beispielsweise des Schalldrucks der Luftwelle nicht in Phase mit denen der BiegeWelle liegen. Es wird nur ein gewisser Anteil (grüne Pfeile) der Luftschallwelle konstruktiv anregt. Der durch die roten Pfeile symbolisierte Bereich trägt nichts zur Abstrahlung bei, sondern wirkt dieser eher entgegen. Das Verhalten bei dem Kolbenstrahler ist vergleichbar. Auch hier sind nicht alle Bereiche konstruktiv an der Schallabstrahlung beteiligt, womit ein Abstrahlgrad von $\sigma = 1$ resultiert [15].

Liegt der entgegengesetzte Fall ($\lambda_B < \lambda_L$, s. Abb. 2-6 rechts) vor, so reduziert sich der Abstrahlgrad stark. Es kommt bereits im Nahfeldbereich zu akustischen Kurzschlüssen zwischen den Druckbergen und -tälern der BiegeWelle. Die Abstrahlung sinkt mit kleiner werdendem λ_B . Bei einer theoretisch angenommenen unendlichen BiegeWelle ergibt sich ein Abstrahlgrad von $\sigma = 0$, es wird demnach kein Schall abgestrahlt [15, 21].

Der dritte Fall der auftreten kann ist, dass die Wellenlängen gleich groß sind ($\lambda_B = \lambda_L$). Dieser Fall wird *Koinzidenz* genannt. Wie die Abb. 2-6 (Mitte) verdeutlicht, werden z.B. Druckberge der Luftschallwelle immer genau im richtigen Moment angeregt. Alle Bereiche der Biegewelle tragen somit zur Abstrahlung bei. Infolgedessen kann es in diesem Fall zu einer Abstrahlung von $\sigma > 1$ kommen. Es ist oft von großer Bedeutung abschätzen zu können, bei welcher Frequenz dieses Phänomen auftritt. Für flächige Strukturen kann diese, als *Koinzidenzfrequenz* f_c bezeichnete Grenzfrequenz, mit folgender Formel berechnet werden [15, 18]:

$$f_c = \frac{c_L^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{B}} \quad . \quad (2-16)$$

Dass überhaupt eine Koinzidenzfrequenz existiert, liegt an der dispersiven Eigenschaft der Biegewellenlänge (vgl. Gl. 2-4). Die nichtlineare Frequenzabhängigkeit hat zur Folge, dass sie sich stärker verringert als die Luftschallwellenlänge, welche in linearer Abhängigkeit zur Frequenz steht

$$\lambda_L = \frac{c_L}{f} \quad . \quad (2-17)$$

Um dieses Verhalten zu verdeutlichen, sind in Abb. 2-7 die Verläufe der Wellenzahl k für Luft (Longitudinalwelle) und die Platte (Biegewelle) über der Frequenz f dargestellt. Die Wellenzahl lässt sich nach dem allgemein gültigen Zusammenhang mit der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c berechnen [34]

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad . \quad (2-18)$$

Die Biegewellenzahl k_B beschreibt eine Wurzelfunktion. Hieraus folgt aus mathematischer Sicht, dass mit linearem Verlauf der Luftwellenzahl k_L (endlicher Anstieg), es zwangsläufig zu einem Schnittpunkt zwischen den beiden Funktionen kommen muss.

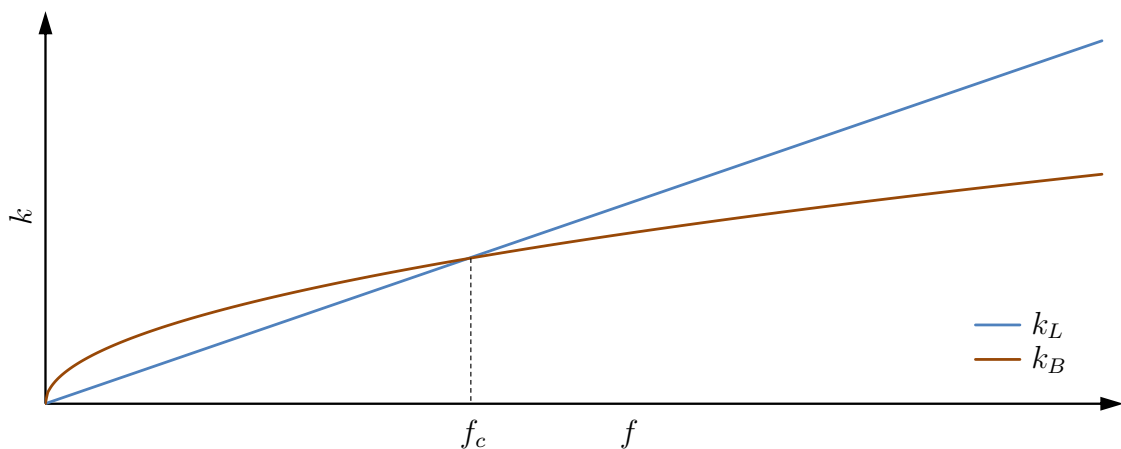


Abb. 2-7: Vergleich der Wellenzahl von Biege- und Luftschallwelle in Abhängigkeit von der Frequenz

Neben der Quantifizierung der Abstrahlung ist auch die Richtung der Schallabstrahlung entscheidend. Diese erfolgt zunehmend senkrecht zur BiegeWellenausbreitungsrichtung ($\alpha = 90^\circ$). Für eine rein laufende BiegeWelle (unendlich fortschreitend) kann der Winkel der Schallabstrahlung über den Arcuscosinus der Wellenlängenverhältnisse abgeschätzt werden [15]

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\lambda_L}{\lambda_B}\right) \quad . \quad (2-19)$$

Diese Gleichung gilt für alle Frequenzen oberhalb der Koinzidenzfrequenz. Genau in der Koinzidenz wird der Schall parallel zur Plattenoberfläche ($\alpha = 0^\circ$) abgestrahlt. Die Abb. 2-8 illustriert die Ausbildung eines ebenen Luftschallwellenfeldes unter dem Winkel α infolge einer BiegeWellenanregung [15].

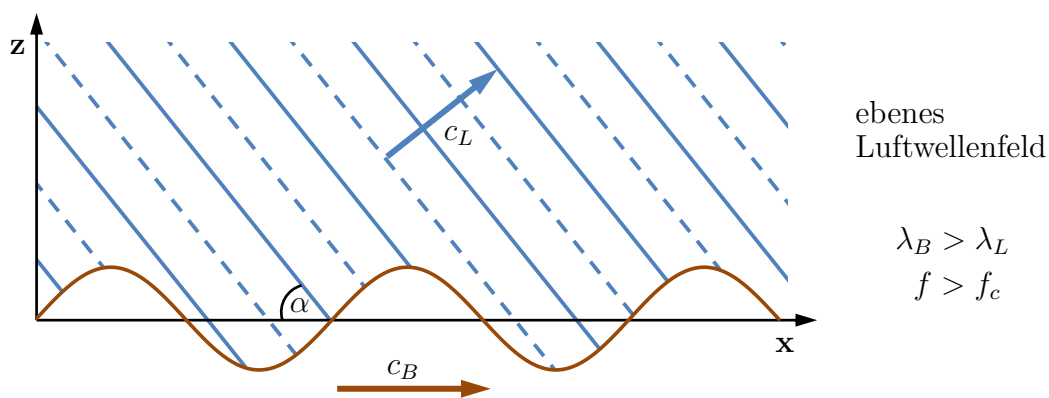


Abb. 2-8: Ausbildung eines ebenen Luftschallfeldes infolge einer BiegeWellenanregung

2.1.3 Abstrahlung von Plattenmoden

Die vorausgegangenen Betrachtungen setzten jeweils eine unendlich fortschreitende BiegeWelle voraus. In der Realität sind die geometrischen Abmessungen der Platten begrenzt. Es kommt daher zur Reflektion der BiegeWellen an den Grenzen der Struktur und in den Resonanzfrequenzen zur Ausbildung stehender Wellen in beide Ausbreitungsrichtungen (x,y -Richtung¹). Dies ist genau dann der Fall, wenn die Länge bzw. Breite der Platte ein ganzzahliges Vielfaches der halben BiegeWellenlänge darstellt. Die auftretenden Schwingformen sind besser bekannt als *Eigenformen* bzw. *Moden* der Platte.

Die Abb. 2-9 soll exemplarisch ein paar typische Eigenformen einer allseitig gelenkig gelagerten Rechteckplatte zeigen. Mit steigender Frequenz bilden sich immer mehr Maxima und Minima in x und y - Richtung aus. Um die verschiedenen Moden eindeutig beschreiben zu können, wird die Anzahl in x mit q_x und in y mit q_y bezeichnet, womit sich folgende Notation ergibt: $q_x \times q_y$ Mode. Es können ungerade (z.B. 1x1 Mode) und gerade Moden (z.B. 2x2 Mode) auftreten. Weiterhin kann es zu einer Mischform kommen, welche jeweils in eine Richtung eine gerade und in der anderen Richtung eine ungerade Anzahl an Schwingungsmaxima bzw. -minima aufweisen (z.B. 2x1 Mode, 3x2 Mode).

¹die z -Koordinate beschreibt die Höhenrichtung der Platte

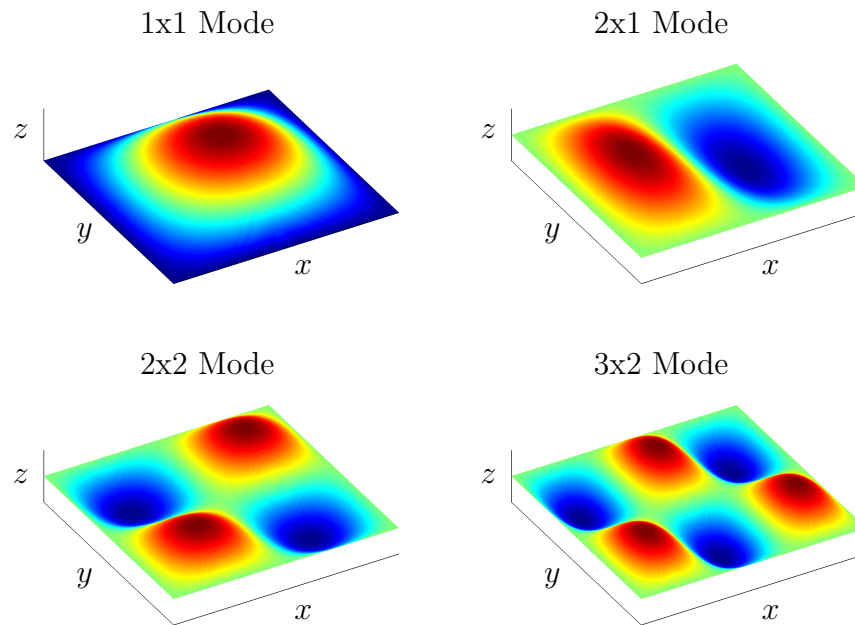


Abb. 2-9: Darstellung verschiedener Eigenformen einer allseitig gelenkig gelagerten Rechteckplatte

Die Anzahl der Schwingungsmaxima bzw. -minima hat entscheidenden Einfluss auf die Höhe der Schallabstrahlung. Es gilt allgemein, dass gerade Moden weniger Schall abstrahlen als ungerade Moden. Diese Behauptung kann im 2-dimensionalen Fall leicht nachvollzogen werden (s. Abb. 2-10) [9].

Bei den Halbzellen der Länge l kommt es zu einer gegenseitigen Auslöschung (akustischer Kurzschluss zwischen + und – Bauch). Am Ende bleibt jeweils eine Viertelzelle übrig. Handelt es sich um eine gerade Anzahl an Schwingungsmaxima bzw. -minima (gerader oder antimetrischer Mode), so sind die beiden Viertelzellen konträr und löschen sich einander aus. Tritt der entgegengesetzte Fall auf (ungerader oder symmetrischer Mode), so sind die Viertelzellen am Rand gleichgerichtet und verstärken sich. Es wird mehr Schall abgestrahlt. Diese Aussagen gelten für den Fall, dass das Produkt aus Luftwellenzahl k_L und den geometrischen Abmessungen der Plattenfläche $A = a \cdot b$ viel kleiner als 1 ist [9]

$$k_B \cdot a, k_B \cdot b \ll 1 \quad . \quad (2-20)$$

Die Bedingung Gl. 2-20 entspricht dem rechten Fall der Abb. 2-6, d.h. unterhalb der Koizidenz. Mit steigender Frequenz verringert sich die Biegewellenlänge der Platte (vgl. Gl. 2-4), womit die Gl. 2-20 immer unzureichender erfüllt wird. Als Folge dessen wird die sich gegenseitig beeinflussende Wirkung der Viertelzellen am Rand verringert. Darüber hinaus wird der Einfluss durch den akustischen Kurzschluss der Halbzellen kleiner, da dem Fluid immer weniger Zeit bleibt, sich auszugleichen. Dementsprechend strahlen immer mehr Gebiete der Platte Schall ab. Es kommt zu einem raschen Anstieg des Abstrahlgrades bis zur Koizidenzfrequenz.

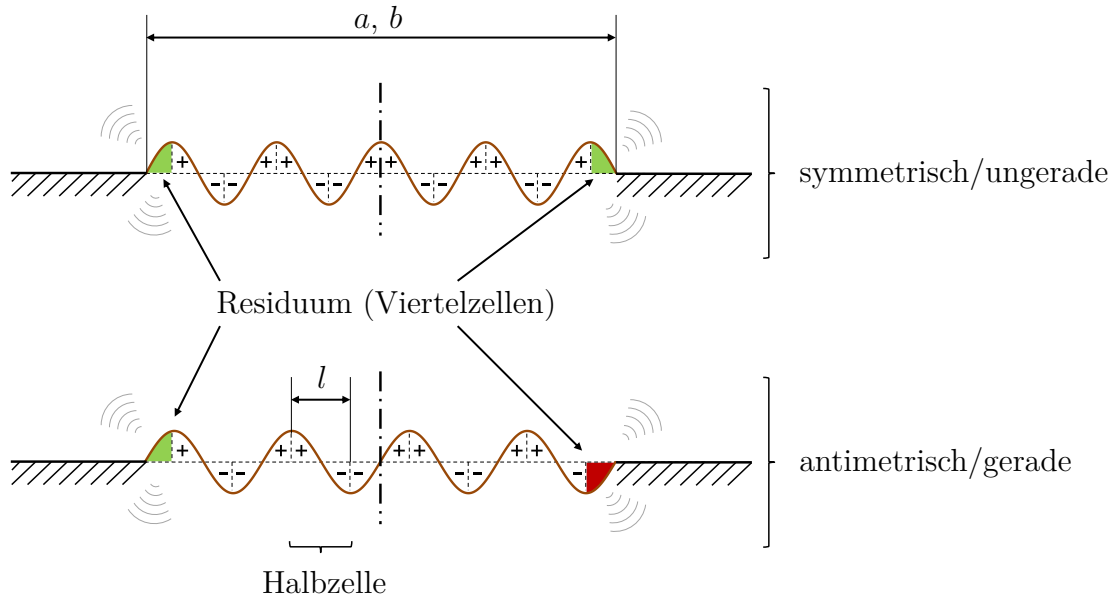


Abb. 2-10: Gerader und ungerader Mode einer allseitig gelenkig gelagerten Platte und deren Abstrahlverhalten (2D-Darstellung)

Dass es überhaupt zu einer Schallabstrahlung von Plattenmoden unterhalb der Koinzidenzfrequenz kommen kann, ist den stehenden Wellen und den dabei entstehenden Viertelzellen am Rand geschuldet. Diese verursachen die Abstrahlung von Schall in unterschiedlichen Bereichen der Platte. Hierbei können, abhängig von der Frequenz, die drei verschiedenen Strahlertypen (Eckenstrahler, Randstrahler, Flächenstrahler) beobachtet werden. Die Abb. 2-11 visualisiert diese in Abhängigkeit von der Frequenz bis hin zur Grenzfrequenz f_c [9, 21].

Es wird die Wellenzahl genutzt, um die Bedingungen für das Ausbilden der gezeigten Strahlertypen zu definieren. Die freie Biegewellenzahl k_{Bf} der Platte setzt sich infolge der zwei Ausbreitungsrichtungen aus einer Wellenzahl k_{Bx} in x -Richtung bzw. k_{By} in y -Richtung wie folgt zusammen [9]:

$$k_{Bf} = \sqrt{k_{Bx}^2 + k_{By}^2} \quad . \quad (2-21)$$

Die beiden Wellenzahlen lassen sich mit den geometrischen Abmessungen a und b der Platte sowie der Anzahl der Schwingungsmaxima bzw. -minima folgenderweise berechnen [9]:

$$k_{Bx} = \pm \frac{q_x \pi}{a} \quad (2-22a)$$

$$k_{By} = \pm \frac{q_y \pi}{b} \quad . \quad (2-22b)$$

Wird die Wellenzahl der Luft k_L mit der jeweiligen Wellenzahl in x und y -Richtung verglichen, ergeben sich vier verschiedene Fälle unterhalb der Koinzidenzfrequenz ($k_{Bf} < k_L$):

$$\text{I) } k_L < k_{Bx}, \quad k_L < k_{By}$$

$$\text{II) } k_L > k_{Bx}, \quad k_L < k_{By}$$

$$\text{III) } k_L < k_{Bx}, \quad k_L > k_{By}$$

$$\text{IV) } k_L > k_{Bx}, \quad k_L > k_{By} \quad .$$

Diese sind in der Abb. 2-11 gekennzeichnet. Im unteren Frequenzbereich strahlen vornehmlich die Ecken der Platte Schall ab (**Eckenstrahler**). Mit steigender Frequenz werden mehr und mehr die gesamten Ränder der Platte zum Strahler (**Randstrahler**), bis schließlich ab der Koinzidenzfrequenz volle Abstrahlung vorliegt und alle Bereiche der Platte Schall abstrahlen (**Flächenstrahler**). Der letzte Fall wird als Typ V bezeichnet. Eine modale Betrachtung der Abstrahlung oberhalb von f_c ist kaum sinnvoll, da alle Bereiche der Platte Schall abstrahlen [9].

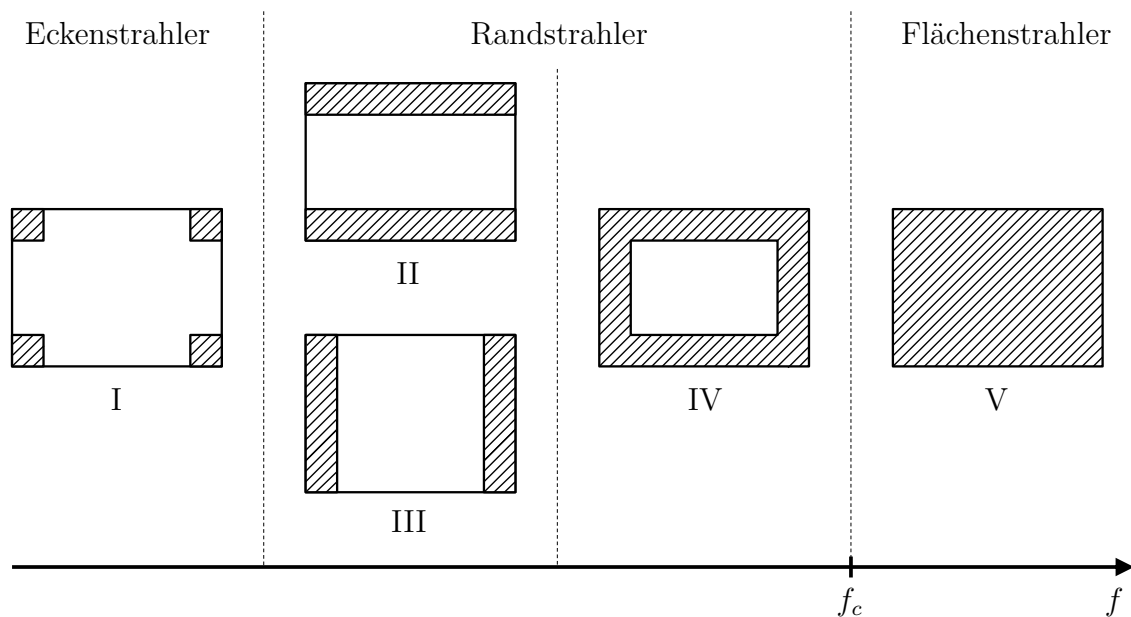


Abb. 2-11: Typen der Schallabstrahlung von Platten unterhalb der Koinzidenzfrequenz

Wie schon bei dem Kolbenstrahler erfolgt die Abstrahlung zunehmend gerichtet, d.h. sie bündelt sich immer stärker in Richtung der Mittelsenkrechten der Platte ($\alpha = 90^\circ$). Der Abstrahlwinkel lässt sich oberhalb der Koinzidenzfrequenz mit der Gl. 2-19 für eine unendliche Platte abschätzen. Unterhalb von f_c kommt es zur Ausbildung von Polen (z.B. Dipol, Quadropol). Der 1×1 Mode bildet sich stets als Monopol aus und strahlt daher immer senkrecht Schall ab [21].

2.1.4 Auswirkung von Strukturdämpfung

In diesem Abschnitt soll geklärt werden, welchen grundsätzlichen Einfluss eine Strukturdämpfung auf die Wellenausbreitung besitzt. Infolge der Dämpfung im System wird ein Teil der Körperschallenergie in andere Energieformen, wie z.B. Wärmeenergie, umgewandelt. Strukturdämpfung tritt in der Realität immer auf, beispielsweise aufgrund innerer Reibung im Material. Dies ist der Grund, warum die Amplituden in den Resonanzen stets endlich bleiben [34].

In vielen technischen Anwendungen wird versucht, durch zusätzliche Dämpfung die mechanische Energie und demzufolge die Schwingungsamplituden der BiegeWellen stärker zu absorbieren.

Zur Dämpfung von Körperschall in flächigen Strukturen werden dazu häufig dämpfende Beläge eingesetzt, welche aus einem viskoelastischen Material aufgebaut sind. Diese können von außen auf die Struktur appliziert oder direkt integriert werden [18]. Zum besseren Verständnis der Veränderungen der Welleneigenschaften infolge einer inhomogenen Dämpfung im System, werden nachfolgend Schallwellen betrachtet (Schalldämpfung).

In den vorherigen Abschnitten wurde von einer Totalreflektion der Biegewelle an den Plattenrändern ausgegangen. Für eine Schallwelle ist dies gleichbedeutend mit dem Auftreffen auf eine schallharte Wand. Es kommt an der Grenzfläche zu einem Phasensprung im Schnelle- bzw. Druckverlauf der reflektierten Welle von 180° respektive 0° . Die einfallende und zurücklaufende Welle überlagert sich zu einer stehenden Welle [34].

Handelt es sich nun um eine teilabsorbierende Wand, so dringt die Welle teilweise in das Dämpfungsmedium ein. Die Welle wird nur teilweise mit einer verringerten Amplitude und einem Phasensprung zwischen 0° und 180° reflektiert. In Abb. 2-12 wird dieser Sachverhalt noch einmal als schematische Darstellung an der Schnelleverteilung verdeutlicht. Die einfallende und reflektierte Schallwelle verursacht jeweils stehende Wellen.

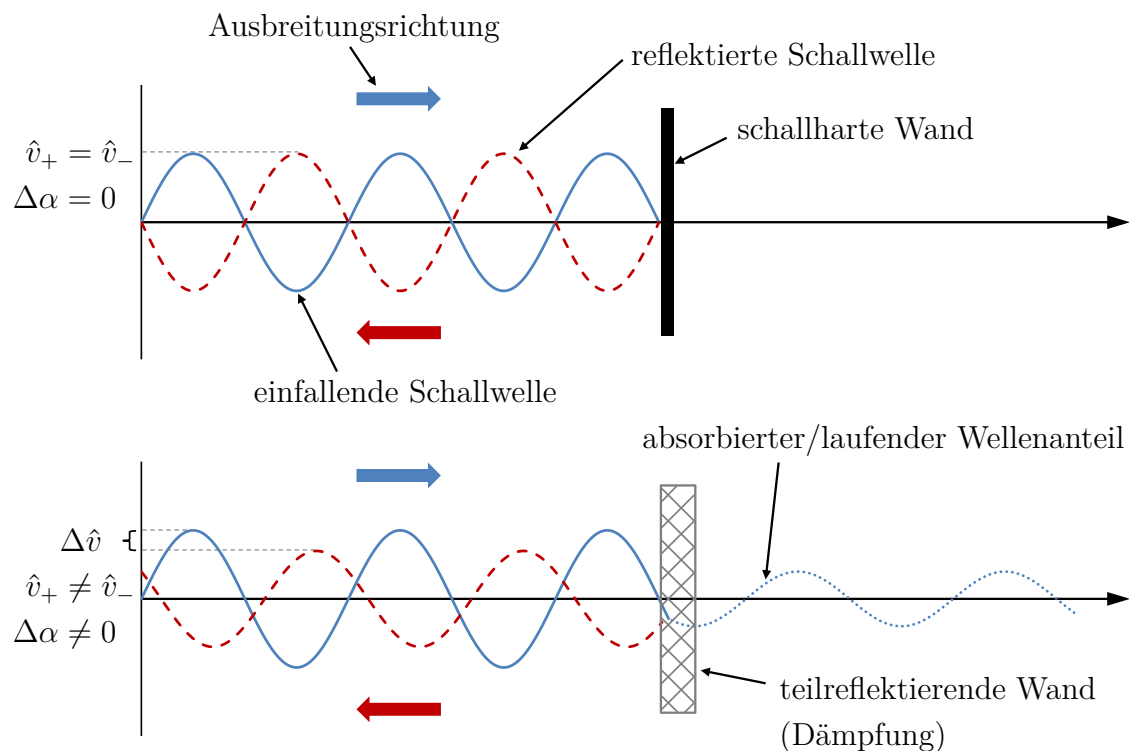


Abb. 2-12: Schematische Darstellung der Wellenreflektion an einer schallharten sowie teilreflektierenden Wand (\hat{v}_+ und \hat{v}_- kennzeichnen die Wellenamplituden, $\Delta\alpha$ die Phasendifferenz)

Ein Maß für die Reflektion einer Welle ist der Reflektionsgrad r_f . Er kann einmal über die Schallkennimpedanzen des Plattenmaterials Z_{01} und der Dämpfung Z_{02} bestimmt werden sowie

über das Verhältnis des Ausgangsdrucks p_r zum Eingangsdruck p_e der Welle direkt an der Grenzschicht [34]

$$r_f = \frac{p_r}{p_e} = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} \quad . \quad (2-23)$$

Die Gl. 2-23 gilt nur bei senkrecht einfallendem Schall. Der Formel Gl. 2-23 kann entnommen werden, dass bei Gleichheit der Impedanzen ($Z_{01} = Z_{02}$) der Reflektionsfaktor verschwindet ($r_f = 0$) und folglich nichts reflektiert wird. Bei einer sehr großen oder sehr kleinen Impedanz des „Dämpfungsmaterials“ ($Z_{02} = \infty$ bzw. $Z_{02} = 0$) erreicht der Reflektionsfaktor dagegen seine Maxima (± 1). Demzufolge ist Totalreflektion nicht nur bei einem schallharten ($Z_{02} = \infty$), sondern auch bei schallweichen Medien ($Z_{02} = 0$) möglich [34].

In dieser Arbeit interessiert insbesondere der Reflektionseffekt bei teilabsorbierenden Rändern. Zum Verständnis soll einmal der Schnelleverlauf einer Longitudinalwelle eines eindimensionalen Wellenleiters hergeleitet werden. Hierzu wird ein Wellenansatz in Exponentialschreibweise gewählt, welcher ebenso die wichtigsten Merkmale von BiegeWellen widerspiegelt [23]. Es ergeben sich die folgenden Gleichungen für eine hin- (v_+) und eine rücklaufende Welle (v_-) mit der x -Koordinate, welche die Ausbreitungsrichtung beschreiben [24]:

$$v_+(x) = v_0 e^{-jk_B x} \quad (2-24a)$$

$$v_-(x) = v_0 r_f e^{jk_B x} \quad . \quad (2-24b)$$

Mit v_0 wird die Ausgangsamplitude bezeichnet. In der Formel für die rücklaufende Welle Gl. 2-24b ist bereits der Reflektionsfaktor r_f berücksichtigt worden. Um den Ortsverlauf der überlagerten Welle beschreiben zu können, müssen die beiden Wellen v_+ und v_- addiert werden. Zu diesem Zweck wird in einem ersten Schritt die einfallende Welle v_+ in ihren reflektierten (1. Summand) und absorbierten Teil (2. Summand) zerlegt [24]

$$v_+(x) = v_0 r_f e^{-jk_B x} + v_0 (1 - r_f) e^{-jk_B x} \quad . \quad (2-25)$$

Die Gleichung der überlagerten Welle $v = v_+ + v_-$ ergibt sich aus Gl. 2-25 und Gl. 2-24b zu [24]

$$v(x) = v_0 r_f (e^{-jk_B x} + e^{jk_B x}) + v_0 (1 - r_f) e^{-jk_B x} \quad . \quad (2-26)$$

Durch Substitution mit

$$\cos(\kappa) = \frac{1}{2} (e^{j\kappa} + e^{-j\kappa}) \quad (2-27)$$

kann Gl. 2-26 vereinfacht werden [24]

$$v(x) = 2v_0 r_f \cos(k_B x) + v_0 (1 - r_f) e^{-jk_B x} \quad . \quad (2-28)$$

Der erste Teil der Gl. 2-28 $v_s = 2v_0r_f \cos(k_Bx)$ beschreibt eindeutig eine stehende Welle (einfacher Cosinusverlauf). Der zweite Teil $v_l = v_0(1 - r_f)e^{-jk_Bx}$ dagegen beschreibt eine laufende Welle in x -Richtung. Die gedämpfte Schallwelle kann demnach als Überlagerung einer stehenden und einer laufenden Welle verstanden werden (s. Abb. 2-12) [24]

$$v = v_s + v_l \quad . \quad (2-29)$$

Soll neben dem Ortsverlauf x auch der zeitliche Verlauf t der Schallwelle betrachtet werden, so muss die Zeitkonvention angewandt werden [24]

$$v(x, t) = \text{Re}\{v(x)e^{j\omega t}\} \quad . \quad (2-30)$$

Als Ergebnis ergibt sich mit Gl. 2-28

$$v(x, t) = \text{Re}\{2v_0r_f \cos(k_Bx)e^{j\omega t} + v_0(1 - r_f)e^{-j(k_Bx + \omega t)}\} \quad , \quad (2-31)$$

welches die Lösung der homogenen Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \quad (2-32)$$

darstellt [24].

Der zweite Summand $v_0(1 - r_f)e^{-j(k_Bx + \omega t)}$ der Gl. 2-31 zeigt noch einmal deutlich den entscheidenden Einfluss des Reflektionsfaktor r_f auf die Größe des laufenden Wellenanteils. Weiterhin wird am negativen Exponenten ersichtlich, dass die laufenden Wellen immer in Richtung der Dämpfung (vgl. Abb. 2-12) fortschreiten. Es gibt also keine örtlich festen Schwingungsknoten mehr.

Neben der Größe des Dämpfungsfaktors ist die Dämpfungsanordnung von großer Bedeutung. Wird die gesamte Struktur homogen gedämpft, so heben sich die laufenden Wellenanteile gegenseitig auf. Es entstehen trotz Dämpfung stehende Wellen mit global reduzierter Amplitude. Die Annahme homogener Dämpfung gilt für viele technischen Anwendungen und wurde detailliert akustisch charakterisiert (bspw. in [9]). Aufgrund der Forderung von gewichtsmindernden Maßnahmen, insbesondere im Flugzeugbau, wird die Dämpfung inhomogen platziert. Daher besteht die Notwendigkeit, auch Schwingformen mit laufenden Wellenanteilen zu untersuchen.

Das prinzipielle Verhalten teilreflektierter Wellen, welches durch Gl. 2-31 beschrieben wird, kann sinngemäß auch auf Biegewellen in Plattenstrukturen übertragen werden. Auch hier treten bei inhomogener Dämpfung laufende Wellen auf. Die Biegewellenfelder mit laufendem Wellenanteil in den Eigenfrequenzen werden als komplexe Eigenformen bezeichnet, welche sich durch die komplexwertigen Eigenvektoren der Struktur beschreiben lassen. Die Ursache und der Hintergrund der Entstehung von komplexen Eigenvektoren soll in Kapitel 2.2 erörtert werden.

Eine weitere wichtige Tatsache ist, dass sich die Frequenz, bei der Resonanz auftritt, infolge der Dämpfung im System verringert. Wird auf modaler Ebene *Lehrsche Dämpfung* D angenommen

(homogene Dämpfung), so kann die Frequenz für den gedämpften Fall mit Hilfe der folgenden Formel abgeschätzt werden [25]

$$\omega_{d,i} = \omega_i \sqrt{1 - D_i^2} \quad . \quad (2-33)$$

2.2 Differentialgleichungen von Systemen mit komplexen Eigenvektoren

Nachdem in vorangegangenen Kapiteln anschaulich erklärt wurde, wie es zu laufenden Wellen kommt, soll hier der mathematische Hintergrund komplexer Schwingungen kurz erläutert werden. Dabei wird näher auf die Beschreibung der Differentialgleichung (DGL) des System eingegangen und die Frage geklärt, wie es zu komplexen Eigenvektoren kommt.

Bei der Bezeichnung der Dämpfung wird so unterschieden, dass mit *schwacher* Dämpfung ein *Lehrsches Dämpfungsmaß* $D < 1$ vorliegt bzw. bei *starker* Dämpfung $D > 1$ ist [29]. Im Allgemeinen wird allerdings bereits bei großen Werten von D , unterhalb des aperiodischen Grenzfalles ($D = 1$), von einer starken Dämpfung gesprochen.

Vorausgesetzt wird ein allgemeines, lineares, zeitinvariantes, mechanisches Schwingungssystem, welches mit Hilfe der DGL nach Gl. 2-34 beschrieben werden kann [11]

$$M_s \ddot{u} + (D_s + D_a) \dot{u} + (S_s + S_a) u = p_f. \quad (2-34)$$

Hierin beschreiben S_s und S_a jeweils den symmetrischen sowie antisymmetrischen Anteil der Steifigkeitsmatrix. Gleiches gilt für D_s und D_a , welche die jeweiligen Anteile der Dämpfungsmatrix symbolisieren. Es wird eine viskoelastische Dämpfung zu Grunde gelegt. Antisymmetrische Anteile entstehen z.B. infolge rotatorischer Effekte. Die Massenmatrix soll hier stets symmetrisch angenommen werden, d.h. jeder Freiheitsgrad ist mit Masse belegt. Sie wird daher mit M_s bezeichnet. Die Variable p_f beschreibt den Lastvektor.

Um ein beliebiges Schwingungssystem auf diese Art und Weise beschreiben zu können, wird die Methode der modalen Superposition vorausgesetzt. Hierzu wird das Gesamtsystem aus beliebig vielen linearen Schwingern mit einem Freiheitsgrad (Einmassenschwinger) zusammengesetzt. Nach [11] können die resultierenden DGL-Systeme anhand der resultierenden Eigenwerte und Eigenvektoren, wie in Tab. 2-1 zusammengefasst, in fünf Typen unterteilt werden.

Der bereits durch Gl. 2-34 beschriebene allgemeine Fall wird als **Typ IV** bezeichnet und setzt voraus, dass die Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen antisymmetrische Anteile aufweisen. Er liefert komplexe Eigenwerte sowie komplexe Eigenvektoren. In den meisten Anwendungsfällen wird versucht der Einfachheit halber den reellen Fall mit Hilfe der Spezialfälle des Typs IV abzubilden [11].

Bei dem am einfachsten zu beherrschenden ungedämpften System, dem **Typ I**, können ausschließlich reelle Eigenvektoren ermittelt werden. Die Dämpfungsmatrix bleibt umbesetzt und die Massen- sowie Steifigkeitsmatrix ist symmetrisch. Ungedämpfte Systeme treten in der Natur

Tab. 2-1: Einteilung der Bewegungsdifferentialgleichungen aufgrund ihrer Eigenwerte und Eigenvektoren nach [11]

		Eigenwerte λ_e	
		rein reell oder rein komplex	komplex
Eigenvektoren Φ	reell	<p>Typ I</p> $M_s \ddot{u} + S_s u = p_f$ <p>ungedämpftes System</p>	<p>Typ II</p> $M_s \ddot{u} + D_s \dot{u} + S_s u = p_f$ <p>proportional schwach gedämpftes System</p> $D_s = k_M M_s + k_S S_s$
	komplex	<p>Typ V</p> $M_s \ddot{u} + D_a \dot{u} + S_s u = p_f$ <p>gyroskopisch, ungedämpftes System</p>	<p>Typ III</p> $M_s \ddot{u} + D_s \dot{u} + S_s u = p_f$ <p>inhomogen schwach/stark gedämpftes System</p> <p>Typ IV</p> $M_s \ddot{u} + (D_s + D_a) \dot{u} + (S_s + S_a) u = p_f$ <p>allgemeines System</p>
		konservative (ungedämpfte und gyroskopische) Systeme	nicht konservative (gedämpfte und angefachte) Systeme

so gut wie nie auf, daher ist eine Dämpfungsdefinition in der mathematischen Formulierung für die meisten Anwendungen unumgänglich [11].

In vielen Fällen wird schwache proportionale Dämpfung angenommen und die symmetrische Dämpfungsmatrix in einen steifigkeits- ($k_S M_s$) und einen massenproportionalen ($k_M M_s$) Anteil aufgeteilt. Es entsteht der **Typ II**. Dieses DGL-System liefert komplexe Eigenwerte, jedoch keine komplexen Eigenvektoren und kann auf gleiche Weise wie der Typ I relativ einfach modal entkoppelt werden. Es ergeben sich die Eigenwerte sowie Eigenvektoren über das gleiche Eigenwertproblem

$$\left[\lambda_e^2 M + S \right] u = 0 \quad (2-35)$$

wie beim ungedämpften Typ I, indem die Nullstellen der Koeffizientendeterminante

$$\det \left[\lambda_e^2 M + S \right] = 0 \quad (2-36)$$

bestimmt werden. In Folge dieser vereinfachten Berechnung, wird die Methode der Dämpfungsdefinition auch als „Bequemlichkeitshypothese“ bezeichnet. Die Annahme einer schwachen Proportionaldämpfung wird für viele technische Anwendungen, beispielsweise bei Krananlagen, Brücken, Hochhäusern usw., getroffen, bei denen die Dämpfung unbeabsichtigt durch Materialdämpfung oder Reibungseffekte an Verbindungsstellen, etc. auftritt [11].

Bei inhomogen und stark gedämpften Systemen, welche der **Typ III** beschreibt, ist die Proportionalitätsannahme allerdings unzureichend. Die Dämpfungsmatrix bleibt, ebenso wie die Steifigkeitsmatrix, zwar symmetrisch, jedoch heben sich die Imaginärteile bei der Lösung des Eigenwertproblems nicht mehr auf. Es entstehen aus den komplexen Eigenwerten ebenfalls konjugiert komplexe Eigenvektoren. Eine Aufteilung in einen massen- und einen steifigkeitsproportionalen Anteil ist nicht mehr möglich, womit das folgende Eigenwertproblem gelöst werden muss:

$$\left[\lambda_e^2 M + \lambda_e D + S \right] u = 0 \quad . \quad (2-37)$$

In der Industrie lassen sich einige Anwendungsbeispiele finden, bei denen es zu einer inhomogenen Dämpfung kommt. Beispielsweise durch den verstärkten Einsatz von Faserverbundwerkstoffen kann es durch Fertigungsfehler (Harzansammlungen etc.) oder Schäden zu einer unbeabsichtigten, nicht homogenen Dämpfungsverteilung kommen. Aber auch durch die Forderung der Gewichtsminimierung werden Dämpfer oftmals nur lokal eingesetzt, womit die Gesamtstruktur ebenfalls inhomogen gedämpft ist. Durch die Komplexität der Eigenformen, die daraus entstehen, sind die Freiheitsgrade (FG) des Systems phasenverschoben und haben zu unterschiedlichen Zeiten ihr Amplitudenmaximum. Folge dessen wandern die Knotenlinien sowie Schwingungstäler- und bäuche über die Struktur. Dieses Wandern ist der Grund für verschiedene akustische Phänomene (s. Kapitel 2.5), die sich im Vergleich mit reellen Eigenformen ergeben und in dieser Arbeit detailliert untersucht werden sollen [11].

Komplexe Eigenformen können auch durch gyroskopische Effekte (Kreiselwirkungen, drehzahlabhängig) hervorgerufen werden. Diese Systeme werden durch den **Typ V** beschrieben. Die Dämpfungsmatrix ist hier antimetrisch besetzt. Die Steifigkeits- und Massenmatrix ist wie bei dem Typ I-III symmetrisch. Diese Art von DGL soll, wie auch der allgemeine Typ IV, nicht weiter betrachtet, sondern nur der Vollständigkeit halber genannt werden. Die komplexen Eigenformen werden in dieser Arbeit ausschließlich infolge inhomogener Dämpfung (Typ III) untersucht [11].

2.3 Quantifizierung der Komplexität von Moden

In den nachfolgenden Abschnitten sollen zwei Indikatoren vorgestellt werden, mit Hilfe derer die Komplexität der Eigenformen quantifiziert werden kann. Diese Indikatoren sollen, helfen die komplexen Schwingungsmoden der unterschiedlich gedämpften Platten vergleichbar zu machen. Beide Verfahren ermöglichen die Verwendung diskreter Datenpunkte, was sie für numerische und experimentelle Untersuchungen interessant macht.

2.3.1 Modal Collinearity Index

Der *Modal Collinearity Index*, kurz: MCI, wird als eine Möglichkeit der Komplexitätscharakterisierung von Eigenmoden von Liu [20] vorgeschlagen. Er beruht auf der Wechselwirkung zwischen Real- und Imaginärteil der Eigenvektoren, die durch die Dämpfungsproportionalität beeinflusst wird. Der Index lässt sich nach folgender Formel berechnen:

$$MCI = 1 - \frac{|(\tilde{\Psi}^{Re})^T \tilde{\Psi}^{Im}|}{\sqrt{\left[(\tilde{\Psi}^{Re})^T \tilde{\Psi}^{Re} \right] \left[(\tilde{\Psi}^{Im})^T \tilde{\Psi}^{Im} \right]}} \quad (2-38)$$

Die hochgestellten Indizes *Re* und *Im* kennzeichnen jeweils den Real- und den Imaginärteil der Mode Ψ die sich folgendermaßen zusammensetzt [20]:

$$\Psi = \Psi^{Re} + j\Psi^{Im} \quad (2-39)$$

Die Tilde $\tilde{\cdot}$ symbolisiert die um 45° in der *Gauß'schen* Zahlenebene gedrehte und normalisierte Mode Ψ . Sie wird hierfür durch den Maximalwert der Modenauslenkung Ψ_{max} dividiert [20]

$$\tilde{\Psi} = \frac{\Psi}{\Psi_{max}} e^{j\pi/4} \quad (2-40)$$

sodass sich stets ein Amplitudenwert zwischen 0 und 1 ergibt. Mit steigender Proportionalität der Dämpfung korrelieren die Imaginär- und Realteile der Moden immer besser. Folge dessen nähert sich der Subtrahend der Gl. 2-38 der Zahl 1 weiter an. Durch die Drehung um $\pi/4$ in Gl. 2-40 sind bei reiner proportionaler Dämpfung (reelle Eigenvektoren) der Imaginär- sowie Realteil gleich groß ($\tilde{\Psi}^R = \tilde{\Psi}^I$) und es ergibt sich ein MCI-Wert von 0. Dementsprechend nähert sich der MCI mit steigender Komplexität der Eigenvektoren, d.h. Nichtproportionalität der Dämpfung, der Zahl 1 an [20].

2.3.2 Standing Wave Ratio

Eine weitere Möglichkeit der Charakterisierung ist über das *Standing Wave Ratio* (SWR) möglich [33]. Es ist ein Verfahren, mit dem eine eindimensionale Welle in ihren laufenden und stehenden Wellenanteil zerlegt werden kann (vgl. Kapitel 2.1.4). Hierzu werden die Amplitudenverläufe U der Wellen in positiver (U_+) und negativer (U_-) Ausbreitungsrichtung mit der Formel [16]

$$SWR = \frac{(|U_+| + |U_-|)}{(|U_+| - |U_-|)} \quad (2-41)$$

gegeneinander gewichtet. Für die Ermittlung dieser Amplitudenfunktionen, werden die Daten der diskreten Punkte aus dem Experiment oder der numerischen Berechnung zuerst in den Zeitbereich transformiert. Es werden, für die in dieser Arbeit angestellten Berechnungen, jeweils 500 Zeitschritte als Auflösung gewählt. Anschließend folgt eine Näherung der Wellenverläufe in

positiver und negativer Richtung mittels Ausgleichsrechnung (hier: Methode der kleinsten Quadrate) für jede Messpunktreihe (eindimensionale Welle) in die jeweilige Richtung. Für detaillierte Informationen sei auf *Bucher* [16] verwiesen. Der Vorteil des SWR gegenüber des MCI ist, dass der laufende Wellenanteil in verschiedene Richtungen (x,y) bestimmt werden kann.

Oftmals wird nicht der SWR sondern der reziproke Wert e verwendet [16]

$$e = \frac{1}{SWR} = \frac{(|U_+| - |U_-|)}{(|U_+| + |U_-|)} \quad . \quad (2-42)$$

Dieser kann nur Werte zwischen -1 und 1 annehmen, was eine Art normierten SWR darstellt. Die Maximalwerte ± 1 kennzeichnen eine reine laufende Welle. Das Vorzeichen zeigt die Wellenausbreitungsrichtung an, d.h. „+“ in positive und „-“ dementsprechend in negative Richtung. Ein $e = 0$ steht für reine stehende Wellen. Auch in dieser Arbeit wird der reziproke Wert e des SWR verwendet. Zur eindeutigen Beschreibung wird die betrachtete Richtung der Wellenausbreitung durch einen Index (x,y) angegeben [16].

2.4 Akustische Berechnungen über die Elementarstrahlertheorie

Zur Berechnung der akustischen Größen der betrachteten schallabstrahlenden Strukturen in dieser Arbeit, wird sich der *Elementarstrahlertheorie* bedient. Sie basiert auf der Annahme, dass der ebene Strahler (z.B. eine Platte) in einzelne kleine Punktschallquellen (Kugelstrahler 0-ter Ordnung bzw. Halbkugelstrahler) zerlegt werden kann. Diese müssen nicht zwangsläufig halbkugelförmig sein. Maßgeblich ist, das durch sie verdrängte Volumen. Dieses kann durch den Volumenfluss q_e quantifiziert werden [24]

$$q_e = A_e \cdot w_e \quad . \quad (2-43)$$

Jener ergibt sich als Produkt aus der kleinen Quellfläche A_e und der Schnelle w_e des Elementarstrahlers. Mit dem Volumenfluss q_e kann der Druck p_e eines einzeln betrachteten Strahlers in einem r entfernten Punkt vor der Wand über folgenden Zusammenhang berechnet werden:

$$p_e = j\omega\rho_L \frac{q_e}{2\pi r} e^{-jkr} \quad . \quad (2-44)$$

Um den Gesamtdruck p , infolge mehrerer Elementarstrahler ei , an einem beliebigen Punkt, mit den Koordinaten x, y, z, im Raum berechnen zu können, müssen die durch die einzelnen Elementarstrahler hervorgerufenen Drücke p_{ei} wie folgt addiert werden [24]

$$p = \sum p_{ei} = \frac{j\omega\rho_L}{2\pi} \sum \frac{q_{ei}}{r_i} e^{-jkr_i} \quad . \quad (2-45)$$

Die Variable r_i beschreibt jeweils den Abstand der Quellen zum betrachteten Aufpunkt und k die Wellenzahl, die sich nach Gl. 2-18 berechnen lässt. Die Abb. 2-13 soll dies noch einmal grafisch verdeutlichen.

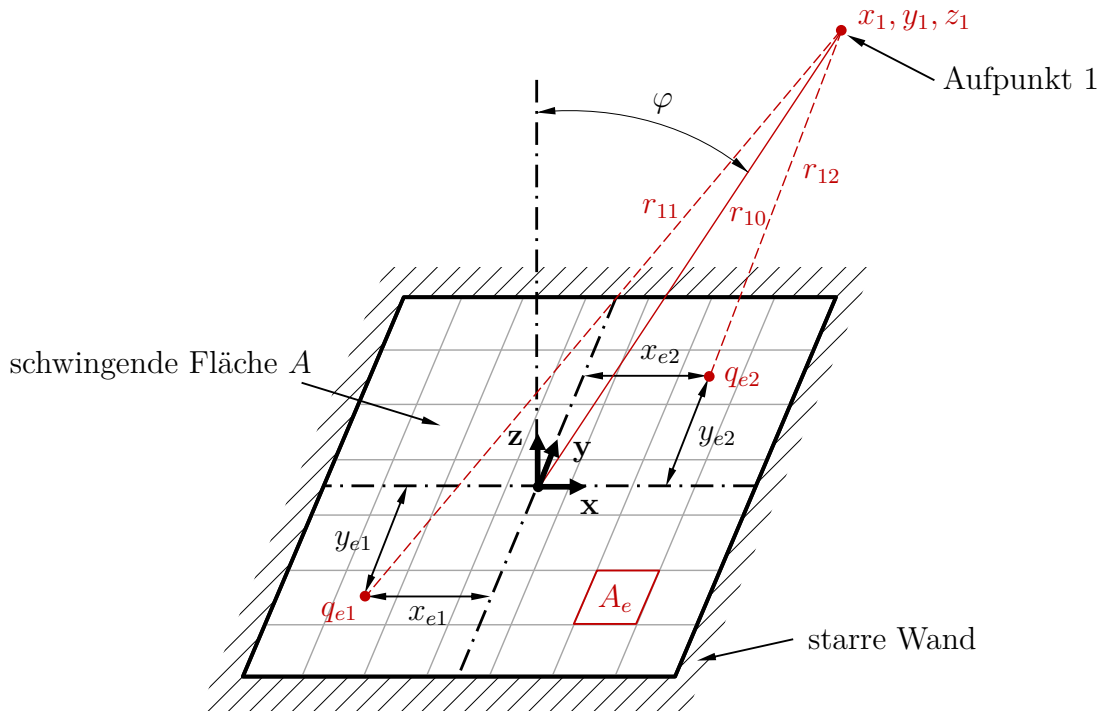


Abb. 2-13: Schematische Veranschaulichung der *Elementarstrahlertheorie*, nach [24]

Diese Überlegung geht auf das Strahlungsintegral von *Lord Rayleigh*² zurück, mit welchem der exakte Gesamtschalldruck p_{ex} berechnet werden kann [24]

$$p_{ex} = \frac{j\omega\rho_L}{2\pi} \int_A \frac{v(A)}{r} e^{-jkr} dA \quad . \quad (2-46)$$

Aufgrund dessen wird in der Arbeit die Berechnung mittels Elementarstrahlertheorie oft als *Rayleigh*-Berechnung umschrieben. *Rayleigh* geht allerdings von einer bekannten kontinuierlichen Schnelleverteilung aus, womit die Summe in ein Integral übergeht. Der Volumenfluss q_e wird hier durch den differentiellen Volumenfluss $dq(A) = v(A)dA$ ersetzt.

In Berechnungen und Experimenten kann der ebene Strahler nur in eine begrenzte Anzahl von Punktschallquellen zerlegt werden, womit das Strahlungsintegral durch eine Summe ersetzt werden muss. Berechnungen mittels der *Elementarstrahlertheorie* stellen daher nur eine Näherung der Druckberechnungen dar und sollten, wenn möglich, durch zusätzliche Experimente validiert werden.

Zur Bestimmung der Richtcharakteristik oder zur Berechnung der Schallintensitätsverteilung des ebenen Strahlers, ist es notwendig, die Schalldruckverteilung eines Gebietes, d.h. an vielen

²John William Strutt, 3. Baron Rayleigh (1842 - 1919): englischer Physiker und Nobelpreisträger der Physik (1904) [19]

Punkten, zu kennen. Es bietet sich daher eine Formulierung der Gl. 2-45 in Matrixschreibweise an. Hierzu werden die Abstände r_{mn} der Elementarstrahler (x_{en}, y_{en}) zum jeweiligen Aufpunkt (x_m, y_m, z_m) , welche sich über die Gl. 2-47 berechnen lassen [24]

$$r_{mn} = \sqrt{[(x_m - x_{en})^2 + (y_m - y_{en})^2 + z_m^2]} \quad , \quad (2-47)$$

in einer Abstandsmatrix \mathbf{R}_{mn} zusammengefasst. Darüber hinaus werden die Punktschallquellen so verteilt angeordnet, dass jede Quelle eine konstante Elementarstrahlerfläche A_e aufweist. Die Gl. 2-45 kann damit wie folgt umgeschrieben werden [9]:

$$\mathbf{p} = \frac{j\omega\rho_L A_e e^{-jk\mathbf{R}_{mn}}}{2\pi\mathbf{R}_{mn}} \mathbf{w}_e \quad . \quad (2-48)$$

Bei den fett gedruckten Variablen handelt es sich um Matrizen der jeweils zuvor definierten Größen. Die Gl. 2-48 kann wie folgt vereinfacht geschrieben werden:

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{w}_e \quad . \quad (2-49)$$

Der gesamte rechte Term vor der Oberflächenschnellematrix \mathbf{w}_e , wird als Impedanzmatrix \mathbf{Z} zusammengefasst. Sie repräsentiert den Schwingwiderstand an den einzelnen Aufpunkten.

Der Gültigkeitsbereich der vorgestellten Berechnungsmethode zur näherungsweise Berechnung von akustischen Größen sollte stets beachtet werden. Für jede Frequenz des betrachteten Frequenzbereichs müssen die Abmessungen der Elementarstrahler A_e wesentlich kleiner sein als die durch sie abgestrahlte Wellenlänge λ

$$\sqrt{A_e} \ll \lambda \quad . \quad (2-50)$$

Die Forderung Gl. 2-50 ist vergleichbar mit der Bedingung Gl. 2-2 für den Kolbenstrahler. Des Weiteren müssen Fernfeldbedingungen vorliegen, d.h. der Schalldruck und die Schallschnelle eines Punktes müssen phasengleich schwingen. Hierfür ist es notwendig, dass folgende Bedingungen stets erfüllt werden [24]:

$$r \gg l_{max} \quad (2-51)$$

$$r \gg \lambda \quad (2-52)$$

$$\frac{r}{l_{max}} \gg \frac{l_{max}}{\lambda} \quad . \quad (2-53)$$

Mit l_{max} wird die größte Strahlerabmessung bezeichnet. Eine Ausnahme stellt die Berechnung der Schallgrößen direkt auf der Platte dar $z = 0$ (s. Abb. 2-13). Dies ist nach *Fahy* [9] auf gleiche Weise möglich. Er geht von Fluid-Struktur-Kopplung und damit von der Gleichheit der Oberflächenschnelle w_e mit der angrenzenden Fluidschnelle v aus. Um einen mathematischen Fehler

infolge der mit Nullen besetzten Abstandsmatrixdiagonale³ zu vermeiden, wird ein geringer Abstand der Aufpunkte von $z_m = 0,01 \text{ mm}$ vor der Platte für alle Berechnungen angenommen. Testrechnungen und Erfahrungen aus vorangegangenen Arbeiten zeigen, dass der Fehler der dadurch entsteht, vernachlässigbar klein ist.

Mit der Kenntnis der Oberflächenschnelle und der erläuterten Berechnungsmöglichkeit des Schalldrucks über ein Elementarstrahlerraster, können mit den in Kapitel 2.1.2 definierten Zusammenhängen die nötigen akustischen Größen ermittelt werden. Hierzu müssen die integralen Summen durch endliche Summen ersetzt werden.

2.5 Schallabstrahlung inhomogen gedämpfter Platten

Bereits im Jahre 1963 wurden von *Caughey* und *O'Kelly* erstmals komplexe Eigenformen untersucht [5]. Es folgten viele Arbeiten, welche die Ursachen des Auftretens von komplexen Eigenvektoren klären sollten. Zugleich wurden mathematische Verfahren entwickelt, die eine Transformation leicht komplexer Moden ins Reelle ermöglichen. Der akustische Effekt blieb bis dahin weitestgehend unbeachtet. Erst mit der, in den letzten Jahren an Bedeutung gewinnenden, Gewichtsoptimierung und den damit einhergehenden inhomogenen Dämpfungsmechanismen, bestand die Notwendigkeit der akustischen Charakterisierung dieses Phänomens.

Insbesondere die Studien von *Unruh* [31, 32] beschäftigen sich intensiv mit dem Schallabstrahlverhalten komplex schwingender Strukturen. Diesbezüglich wurden Grundlagenforschungen an Rechteckplatten durchgeführt. Durch numerische Berechnungen konnte festgestellt werden, dass die Komplexität der Eigenvektoren einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das akustische Abstrahlverhalten haben kann.

Vor allem unterhalb der Koinzidenzfrequenz der Platten, kommt es zu Veränderungen der Schallabstrahlcharakteristik. Die Abb. 2-14 verdeutlicht beispielhaft die Veränderung des modalen Abstrahlgrades σ verschiedener Eigenformen. Dafür wurde die links dargestellte inhomogen gedämpfte Plattenstruktur untersucht. Der Bereich der hohen Dämpfung ist dunkelblau gekennzeichnet. Des Weiteren wird der reziproke Wert e_y des SWR in y -Richtung angegeben (vgl. Kapitel 2.3.2).

Die Abstrahlgradkurven in Abb. 2-14 zeigen, dass sich der Abstrahlgrad der in y -Richtung geraden komplexen Moden (rote Strichlinie, 1x2 und 4x4 Mode) im Vergleich mit dem der reellen Moden (schwarze Linie) wesentlich erhöht. Als Referenzplatte wurde eine geometrisch gleich große, ungedämpfte Platte gewählt. Die beiden Graphen weichen besonders im unteren Frequenzbereich voneinander ab. Sie konvergieren mit steigender Frequenz, bis sie schließlich den gleichen Verlauf beschreiben. Bei der Eigenform mit dem größerem e ist dieser Effekt stärker zu beobachten (vgl. e_y von der 1x2 und 4x4 Eigenform).

Bei den ungeraden Moden ist gegenteiliges zu erkennen. Der Abstrahlgrad der komplexen Moden sinkt im Gegensatz zu den reellen Moden um einen nahezu konstanten Faktor. Eine Konvergenz

³andernfalls hätten die Quellpunkte die exakt gleichen Koordinaten wie die Aufpunkte und es würde zu Nullabständen (Nulldiagonale) zwischen den Punkten mit gleichen Koordinaten kommen

der Kurven nahe der Koinzidenzfrequenz findet auch hier statt. Die Verstärkung des Effektes bei größerem laufenden Wellenanteil ist ebenfalls erkennbar (vgl. e_y von 1×7 und 1×1).

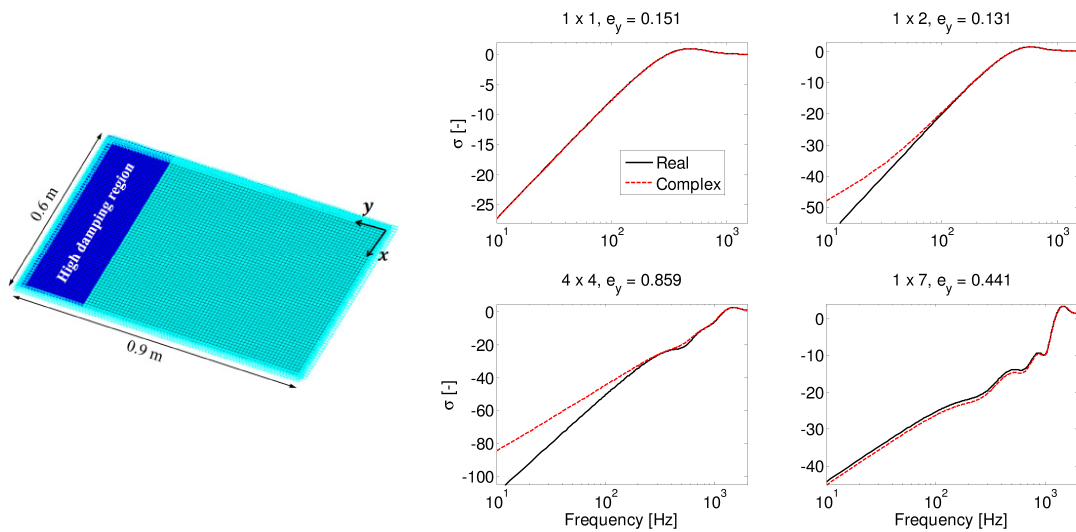


Abb. 2-14: Vergleich des Abstrahlgrades σ von reellen (schwarze Volllinie) und komplexen (rote Strichlinie) Eigenformen [32]

Die Komplexität der Eigenform hat zudem einen Einfluss auf die entsprechende Intensitätsverteilung. Die Abb. 2-15 zeigt beispielhaft an einer 4×4 -Mode die Unterschiede zwischen einer ungedämpften (oben) und der beschriebenen inhomogen gedämpften Platte (unten) bei unterschiedlicher Frequenz.

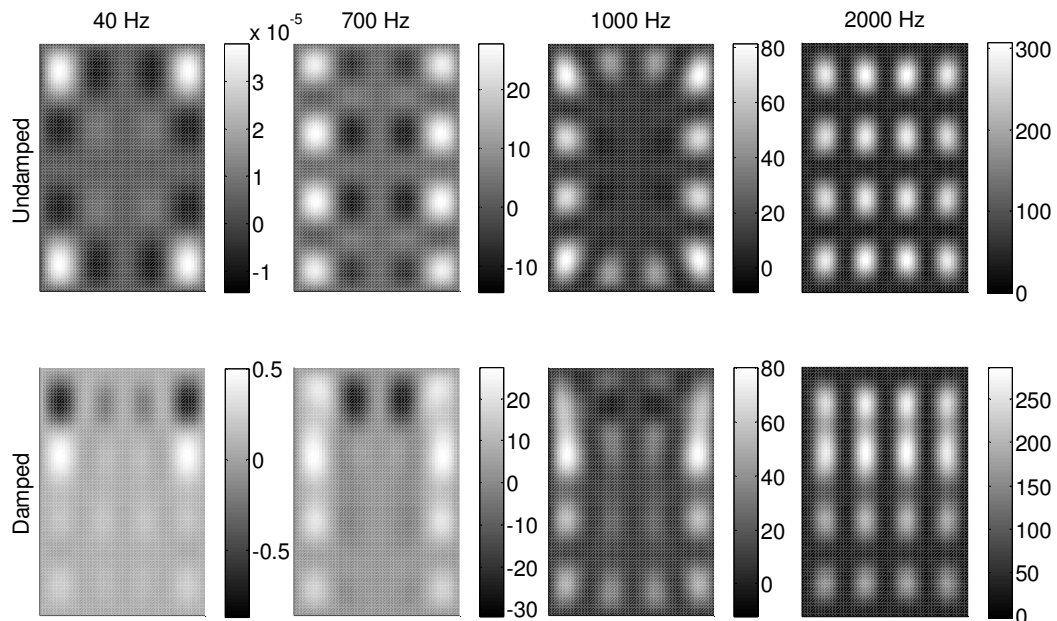


Abb. 2-15: Vergleich der genormten Intensitätsverteilung einer 4×4 -Eigenform bei unterschiedlichen Frequenzen [32]

Der Dämpfungsbereich wurde jeweils im oberen Plattenviertel, wie in Abb. 2-14 links skizziert, definiert. Es ist eine eindeutige Umverteilung der Quellen und Senken, d.h. Intensitätsmaxima

und -minima, in Richtung der Dämpfung zu erkennen. Die klassischen Rand- und Eckenstrahler können nicht mehr identifiziert werden. Besonders im Bereich hoher Dämpfung treten Schallintensitätssenken auf, wobei die schwach gedämpften bzw. ungedämpften Bereiche der Platte als Quellen fungieren. Mit steigender Frequenz nimmt dieser Einfluss, wie bereits bei dem Abstrahlgrad zu beobachten, ab. Die Platte ähnelt immer stärker einem Flächenstrahler [32]. Die Veränderung der Intensitätsverteilung ist auf eine stärkere Volumenverschiebung zurückzuführen. Es ist somit zu erwarten, dass sich auch die Richtcharakteristik des Schallfeldes der Platten infolge dieser verändert.

Am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Braunschweig werden zurzeit Untersuchungen an Rechteckplatten mit verschiedenen Dämpfungskonfigurationen durchgeführt. Eine Übersicht zeigt die Abb. 2-16. Die Platten können in vier unterschiedliche Dämpfungsgruppen unterteilt werden. Die Gruppe I fasst Platten mit einer zweifach symmetrischen Dämpfungsverteilung zusammen, wohingegen die Gruppe II Platten zusammenfasst, bei denen nur eine Symmetrieachse gefunden werden kann. Die Platten mit punktsymmetrischer Dämpfungskonfiguration gehören zur Gruppe III. Alle anderen unsymmetrischen Konfigurationen können der Gruppe IV zugeordnet werden. Die Form und Anordnung der Dämpfungsbereiche wurde jeweils so gewählt, dass mit den in Abb. 2-16 gezeigten Konfigurationen möglichst alle technischen Anwendungsfälle inhomogener Dämpfung prinzipiell abgebildet werden können. An dieser Unterteilung sollen sich auch die Untersuchungen in dieser Masterarbeit orientieren.

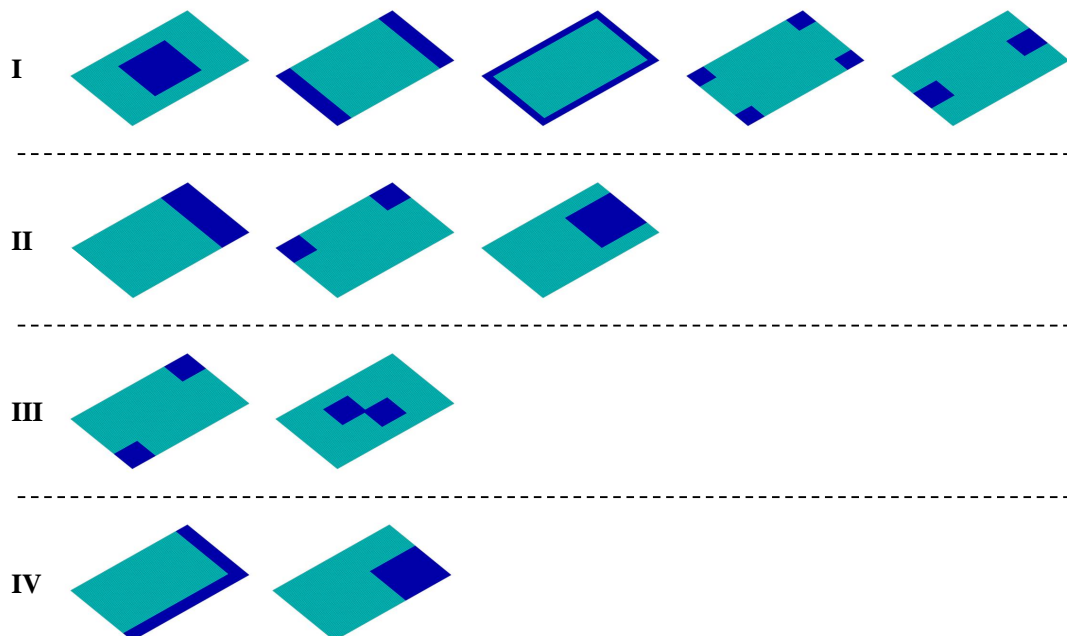


Abb. 2-16: Einteilung der am DLR untersuchten Platten in Gruppen verschiedener Dämpfungskonfiguration

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die komplexen Moden auf alle Schallparameter Einfluss haben. Beim Abstrahlgrad ist ein wesentlicher Effekt nur unterhalb der Koinzidenzfrequenz zu beobachten. Es ist zudem zwischen geraden und ungeraden Moden zu unterscheiden. Bei geraden Eigenformen kann es zu einer verstärkten Schallabstrahlung im unteren Frequenz-

bereich kommen, während bei den ungeraden Eigenformen die Schallabstrahlung über einen größeren Frequenzbereich abnehmen kann. Auch bei der Intensitätsverteilung im Fernfeld ist die Abnahme des Effektes der Senken- und Quellenumverteilung mit steigender Frequenz zu erkennen. Entscheidend für die Größe und Wirkung der akustischen Effekte sind die Richtung der laufenden Wellen sowie die Komplexität der Mode, die durch das SWR quantifiziert werden. Die Laufrichtung der BiegeWellen ist nach der theoretischen Betrachtung in Kapitel 2.1.4 stets zur erhöhten Dämpfung zu erwarten. Der experimentelle Nachweis dazu sowie zu den in diesem Abschnitt erläuterten Thesen der Literaturrecherche fehlen bisher.

3 Methodik der Untersuchungen

Im Folgenden soll das methodische Vorgehen der anschließenden Untersuchungen kurz zusammengefasst werden. Ziel ist die im Kapitel 2 recherchierten akustischen Effekte näher zu erforschen und anhand von Experimenten zu validieren.

Hierzu sollen in einem ersten Schritt numerische Untersuchungen an allseitig fest eingespannten Rechteckplatten vorgenommen werden. Sie dienen dazu, das Phänomen der komplexen Eigenformen näher zu studieren und phänomenologisch zu erwartende Ergebnisse in Hinblick auf die Experimente zu liefern.

In technischen Anwendungsfällen bereiten hauptsächlich die Resonanzschwingungen akustische Probleme. Hier treten je nach Frequenz verschiedene Eigenformen verstärkt in Erscheinung. Auf Grund dessen gilt es die Moden der gedämpften Platten zu charakterisieren, um in der Praxis, je nach kritischer Frequenz bzw. Schwingform, die akustische Wirkung korrekt bewerten zu können. Demzufolge werden in den anschließenden Untersuchungen hauptsächlich die Eigenformen bzw. Schwingformen der Strukturen betrachtet. Des Weiteren hat die Literaturrecherche ergeben, dass ein Effekt durch die komplexen Moden nur unterhalb der Koinzidenzfrequenz zu erwarten ist. Oberhalb dieser liegt volle Abstrahlung vor und eine modale Betrachtung ist nicht mehr sinnvoll. Folglich wird sich besonders auf den Frequenzbereich unterhalb f_c konzentriert.

Für eine Bewertung und den Vergleich dieser Moden werden drei akustische Größen bestimmt. Eine davon ist der Abstrahlgrad σ , welcher zur Einschätzung der Abstrahleffizienz der Plattenmoden dient. Er bewertet allein die Schwingform des Flächenstrahlers und gilt somit unabhängig vom Material. Als weitere Größe wird die Schallintensität I bestimmt, um Quellen und Senken der Schallabstrahlung zu identifizieren. Um Aussagen über die Richtcharakteristik des Schallfeldes zu erhalten, wird die Schalldruckverteilung im Fernfeld berechnet. Um die Komplexität der Moden mit in die Bewertung einfließen lassen zu können, werden die vorgestellten Indikatoren MCI und das reziproke Standing Wave Ratio e verwendet. Für die Berechnung der akustischen Größen werden jeweils die normierten Schnelleverteilungen der Oberfläche zugrunde gelegt. Hierdurch ist deren Vergleich unabhängig von der Anregungskraft möglich.

Die Schwingformen bzw. Moden der Platten können für unterschiedliche Materialien und Geometrien bei verschiedenen Frequenzen auftreten. Folglich werden die berechneten Größen mit Hilfe der Elementarstrahlertheorie (s. Kapitel 2.4) im Frequenzbereich berechnet und analysiert. Für die Betrachtung der Schallgrößen im Frequenzbereich bietet sich, aufgrund vieler Größenordnungen im Wertebereich, eine Darstellung in *Dezibel* an. Hierzu sind nachfolgend die verwendeten Umrechnungsformeln mit den gewählten Referenzwerten nach *DIN EN 21683* angegeben. Es gilt demnach für den Schalldruckpegel p [dB]

$$p(f) = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{p(f)}{p_0} \right) \text{ dB} \quad \text{mit} \quad p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \quad . \quad (3-1)$$

Der Schallleistungspegel P [dB] kann über die Gl. 3-3

$$P(f) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P(f)}{P_0} \right) \text{ dB} \quad \text{mit} \quad P_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W} \quad (3-2)$$

und der Abstrahlgrad σ in Dezibel (dB) mit Hilfe der Gl. 3-3 berechnet werden

$$\sigma(f) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sigma(f)}{\sigma_0} \right) \text{ dB} \quad \text{mit} \quad \sigma_0 = 1 \quad . \quad (3-3)$$

Der anschließende experimentelle Teil stellt den Kern der Arbeit dar. Hier sollen die gewonnenen Erkenntnisse aus der Theorie und der Berechnung verifiziert und validiert werden. Im Vordergrund steht die Untersuchung des Phänomens an sich, d.h. das qualitative Ergebnis. Ziel ist es, allgemeingültige Aussagen über die akustische Wirkung komplexer Moden bzw. Schwingformen an unterschiedlich gedämpften Platten treffen zu können. Diese sollen weitestgehend unabhängig von Material und Geometrie der Struktur gelten.

Um den Umfang der Arbeit in Grenzen zu halten, wird jeweils eine Dämpfungskonfiguration aus jeder Dämpfungssymmetriegruppe untersucht (s. Abb. 2-16). Die Varianten werden so ausgewählt, dass die Dämpfungsplatzierung einen möglichst großen Effekt hervorruft (siehe Kapitel 5.2.2). Dies hat eine höhere Anwendungsrelevanz. Darüber hinaus werden Konfigurationen vermieden, bei denen vor und nach einem Dämpfungsbereich wieder ein ungedämpftes Gebiet anschließt. Hierdurch kann der Verlauf der BiegeWellen leichter nachvollzogen werden und die spätere Einschätzung der Ergebnisse wird erleichtert. Die Abb. 3-1 fasst die gewählten Konfigurationen zusammen. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden die Ergebnisse oft mit Abkürzungen der Dämpfungskonfigurationen gekennzeichnet. Diese sind in Abb. 3-1 in rechteckigen Klammern angegeben. Das Koordinatensystem wird - wie an der Referenzplatte gezeigt - in der unteren linken Ecke der Platten definiert. Im Folgenden werden die Platten für eine platzsparendere Darstellung oftmals hochkant abgebildet. Der Koordinatenursprung liegt dann in der rechten unteren Ecke und die Abszisse zeigt nach oben.

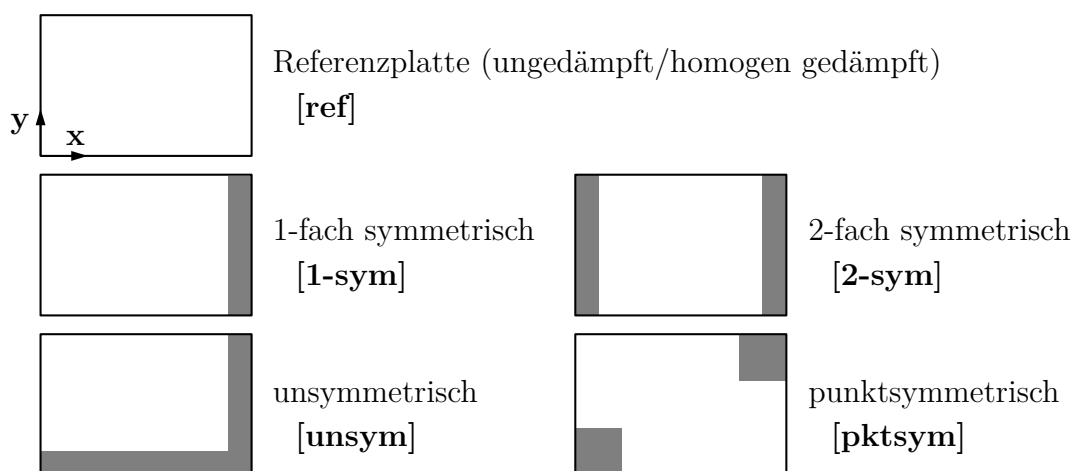


Abb. 3-1: Übersicht der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (Dämpfungsbereich grau markiert)

4 Numerische Vorbetrachtungen

Die folgende numerische Analyse soll das akustische Verhalten von Platten infolge laufender Wellenanteile in den Schwingungsmoden aufzeigen. Zur Ursachenforschung und deren Bewertung wird im Vorhinein der Zeit- sowie der Phasenverlauf komplexer Moden betrachtet. Daran anschließend soll der Einfluss der Dämpfung auf die Komplexität untersucht werden. Als weiteres Ziel soll der Zusammenhang zwischen der Komplexität und akustischen Phänomenen analysiert werden. Erst danach wird auf die unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen eingegangen und es werden Ergebnisse generiert, die als Grundlage für die experimentelle Untersuchung dienen.

4.1 Aufbau des Finite-Elemente-Modells und dessen Analyse

In diesem Abschnitt wird detailliert erklärt und begründet, wie das Finite-Elemente (FE) -Modell und die nachfolgende FE-Analyse aufgebaut sind. Zur Durchführung der Berechnungen wird das kommerzielle FE-Programmsystem *ANSYS 14.5* verwendet.

Es wird ein Plattenmodell erzeugt, welches die gleichen geometrischen Abmessungen ($0,6\text{ m} \times 0,9\text{ m}$) besitzt wie die im Experiment betrachteten Plattenstrukturen. Des Weiteren werden ähnlich große Dämpfungsbereiche definiert. Diese Annahmen bieten Vorteile in der späteren vergleichenden Visualisierung, beispielsweise bei der Intensitätsverteilung zwischen numerischen und experimentellen Ergebnisdaten. Es soll noch einmal betont werden, dass es sich bei der FE-Modellierung nicht um eine direkte Abbildung der experimentellen Aufbauten handelt. Es wird bewusst der ideale Fall betrachtet, der phänomenologische Aussagen liefern soll. Es gilt möglichst strukturunabhängig akustische Aussagen komplex schwingender Plattenstrukturen zu treffen.

Der Vollständigkeit halber werden die numerisch simulierten Materialdaten mit angegeben. Es wird jeweils eine 5 mm dicke Aluminiumplatte simuliert, dessen Parameter in Tab. 4-1 zusammengefasst sind.

Tab. 4-1: Übersicht der verwendeten Materialdaten für eine Standardaluminiumlegierung [13]

Materialparameter	Wert
E-Modul E	$72 \cdot 10^9\text{ N/m}^2$
Querkontraktionszahl ν	0,3
Dichte ρ	2700 kg/m^3

Die Rechteckplatten werden als Schalenmodelle aufgebaut, welche mit viereckigen *Shell63*-Elementen (Schalenelemente) vernetzt werden. Diese besitzen lineare Ansatzfunktionen und vier Knotenpunkte mit jeweils drei rotatorischen und drei translatorischen Freiheitsgraden [3]. Als Diskretisierungseinheit wird eine kleine Elementgröße von 10 mm gewählt, die nach den Kon-

vergenzstudien in [27] ähnlich gute Ergebnisse für die Modalanalyse von Rechteckplatten liefert wie analytische Referenzmodelle.

Um die Wirkung der einzelnen Moden bewerten zu können, müssen diese zuvor mittels Modalanalyse extrahiert werden. Hierfür werden die iterativen Verfahren *Damp* für die gedämpften Fälle und *Block Lanczos* für die ungedämpfte Referenzplatte verwendet. Für nähere Informationen sei auf die Literatur [3] und [4] verwiesen. Die Vorgabe der Dämpfung ist mit dem *Damp*-Solver nur über die Rayleigh-Dämpfungsparameter α_R und β_R möglich. Diese stehen mit der *Lehrschen Dämpfung* D , welche von der Kreisfrequenz ω abhängig ist, in folgendem Zusammenhang [25]:

$$D(\omega) = \frac{\alpha_R}{2\omega} + \frac{\beta_R \omega}{2} \quad . \quad (4-1)$$

Der α_R Parameter beschreibt hierin den massenproportionalen Anteil, welcher für die Dämpfung der unteren Moden verantwortlich ist. Mit β_R wird dagegen der steifigkeitsproportionale Anteil definiert, der hauptsächlich die hohen Eigenformen dämpft [25]. Zur Modellierung der Dämpfungsbereiche wird für die entsprechenden Schalenelemente eine Rayleigh-Dämpfung auf Materialebene definiert.

Im ersten Teil der numerischen Untersuchungen soll eine möglichst hohe Komplexität der Moden bzw. ein hoher laufender Wellenanteil der Eigenformen erzeugt werden, um den akustischen Einfluss des Phänomens eindeutig herausstellen zu können. Hierzu wird die einfachste Dämpfungskonfiguration **1-sym** gewählt (s. Abb. 3-1), bei der die laufenden Wellen, analog dem eindimensionalen Fall Abb. 2-12, nur in einer Richtung zu erwarten sind. Die inhomogene Dämpfung wird durch einen 200 mm großen Dämpfungstreifen definiert. In Abb. 4-1 ist das verwendete FE-Modell einmal beispielhaft veranschaulicht. Zur Simulation der allseitig festen Einspannung werden alle Freiheitsgrade der Randknoten gesperrt.

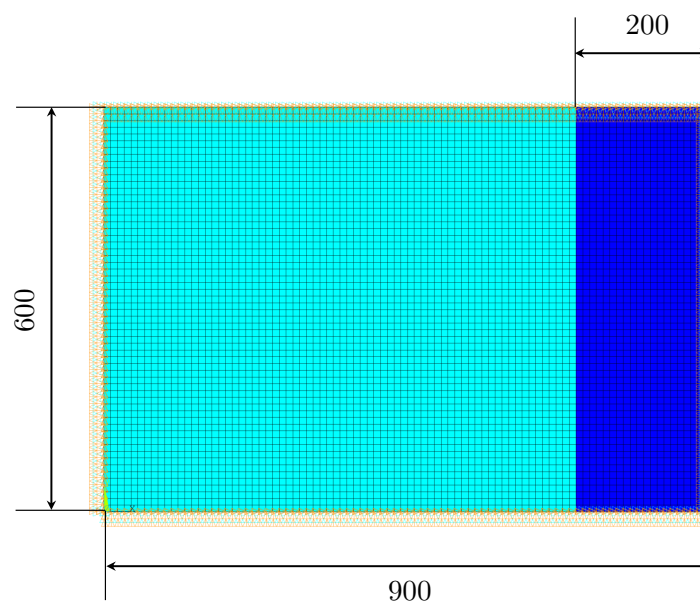


Abb. 4-1: Verwendetes FE-Modell mit 200 mm Dämpfungstreifen, Platte **1-sym**
(Angaben in $[mm]$)

Nachdem die wichtigsten Einflüsse und möglichen Ursachen geklärt sind, soll im zweiten Teil auf die unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen eingegangen werden. Hierzu werden die Dämpfungstreifen ähnlich wie im Experiment mit 90 mm Breite definiert. Dies gilt für die Konfigurationen **1-sym**, **unsym** und **2-sym**. Bei der punktsymmetrisch gedämpften Platte werden, ebenfalls dem Experiment angepasst, Dämpfungsbereiche von $180\text{ mm} \times 180\text{ mm}$ simuliert.

Nach den numerischen Berechnungen werden mit Hilfe eines APDL⁴-Codes die normierten Verschiebungen bzw. Schnellen der Oberfläche extrahiert und über MATLAB-Skripte weiterverarbeitet. Hier erfolgt die Berechnung der akustischen Größen auf Grundlage der in Kapitel 2.4 vorgestellten Elementarstrahlertheorie.

4.2 Zeit- und Phasenverlauf komplexer Plattenmoden

Bevor die Wirkung der Komplexität auf die Schallabstrahlung untersucht wird, soll der wesentliche Unterschied der komplexen Eigenformen zu den reellen betrachtet werden. Dieser ist im zeitlichen Verlauf bzw. im Phasenverlauf zu finden und soll zum Verständnis der Effekte beitragen.

In den Anfangskapiteln wurde bereits erläutert, wie sich die Komplexität auf die BiegeWellen auswirkt. Es treten laufende Wellen in Richtung der Dämpfung auf. Die Abb. 4-2 und Abb. 4-3 sollen beispielhaft an einer ungeraden 1×1 und einer geraden 2×2 komplexen Mode der einfachsymmetrischen Plattenkonfiguration zeigen, wie sich der zeitliche Verlauf der Oberflächenauslenkungen verhält.

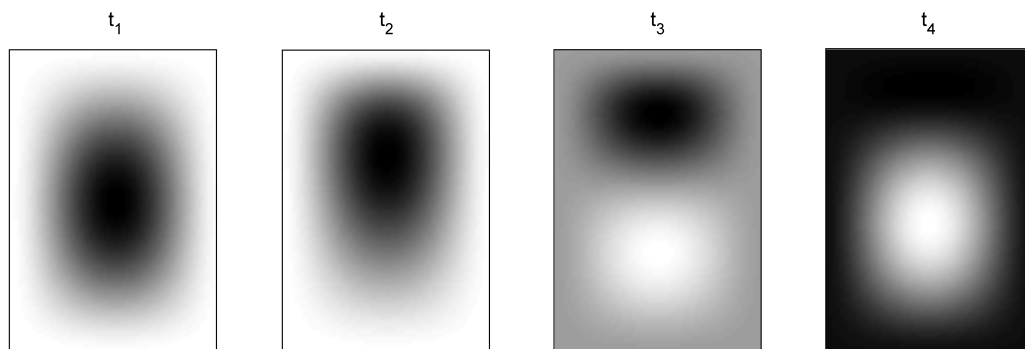


Abb. 4-2: Zeitverlauf der 1×1 Mode (**1-sym**; $MCI = 0,01$; $e_x = 0,18$; $e_y = 0$)

Bei reellen Eigenformen, bei denen nur eine Phasenverschiebung von 0° und 180° auftritt, wechselt der Verlauf zwischen den Zuständen bei t_1 und t_4 . Besitzen die Moden laufende Wellenanteile, so treten Phasenverschiebungen verschieden von 0° und 180° auf. Infolgedessen wandern die Maxima und Schwingungslinien über die Platte und es entstehen Zwischenzustände wie bei t_2 und t_3 . Dieses Wandern ist die Ursache verschiedener akustischer Effekte. Zum Zeitpunkt t_3 wird deutlich, dass kurzzeitig zusätzliche Maxima auftreten. Soll die akustische Wirkung abgeschätzt werden, muss zwischen ungeraden und geraden Moden unterschieden werden. Bei der

⁴ANSYS Parametric Design Language - programminterne Programmiersprache

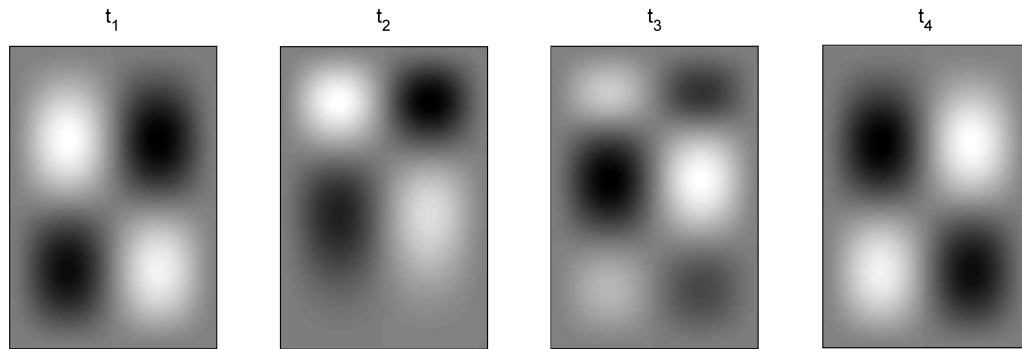


Abb. 4-3: Zeitverlauf der 2x2 Mode (**1-sym**; $MCI = 0, 15$; $e_x = 0, 3$; $e_y = 0$)

ungeraden Mode 1x1 wird die Volumenverschiebung (gemittelte Amplitudenverteilung) durch das zusätzliche entgegengesetzte Maximum verringert. Sie verhält sich kurzzeitig wie eine gerade 2x1 Mode. Dem gegenüber vergrößert sich die Volumenverschiebung bei der geraden 2x2 Mode, welche zum Zeitpunkt t_3 wie eine ungerade 3x2 Eigenform aussieht. Bei einer rein reellen geraden Eigenform ist die Volumenverschiebung theoretisch Null. Überdies wird der akustische Kurzschluss durch keine laufenden Biegewellen gestört und kann ideal stattfinden. Infolge der Komplexität sind diese Voraussetzungen nicht mehr gegeben.

Es werden hier zwei Effekte, in Hinblick auf das Schallabstrahlverhalten der komplexen Eigenformen, konstatiert. Es wird angenommen, dass die Vergrößerung der Volumenverschiebung bei komplexen geraden Moden aufgrund der kurzzeitigen Wandlung zur ungeraden Mode die Schallabstrahlung vergrößert. Dieser Effekt wirkt sich bei den ungeraden Moden in entgegengesetzter Weise aus, was mit den Ergebnissen der Literatur [31, 33] korreliert. Darüber hinaus wird angenommen, dass diesem Effekt ein weiterer überlagert ist. Durch die laufenden Biegewellen wird der akustische Kurzschluss in jedem Fall gestört, unabhängig davon, ob eine gerade oder eine ungerade Anzahl an Schwingungsbäuchen auftritt. Für die geraden Moden addieren sich demnach die beiden Effekte, im Gegensatz dazu wirken diese bei den ungeraden Moden entgegen. Des Weiteren wird, den theoretischen Grundlagen zu Folge, der Einfluss des Effektes durch den akustischen Kurzschluss mit steigender Frequenz abnehmen (vgl. Kapitel 2.1.3). Die aufgestellten Behauptungen sollen mit Hilfe der anschließenden akustischen Berechnungen unterstützt werden.

Wie bereits beschrieben, sind die laufenden Wellen auch im Phasenverlauf zu erkennen. In der Abb. 4-4 und der Abb. 4-5 wird dieser beispielhaft an der reellen und komplexen 3x2 Mode gezeigt. Es sind im reellen Fall ausschließlich Bereiche von 0° und 180° zu erkennen. Im Vergleich dazu zeigt der Phasenverlauf der komplexen 3x2 Mode mit laufenden Wellenanteilen in x-Richtung Bereiche von $\varphi \neq 0^\circ, 180^\circ$. Es findet kein abrupter Phasensprung, sondern ein kontinuierlicher Anstieg statt. Dies äußert sich in Form von Rampen in der dreidimensionalen Darstellung. Diese Rampen sind allerdings nur in Laufrichtung der Biegewellen zu erkennen. In y-Richtung tritt bei der eindimensionalen Dämpfungskonfiguration ein Phasensprung wie im reellen Fall (Abb. 4-4) auf. Entstehen laufende Wellenanteile in beide Richtungen (x,y), so wie

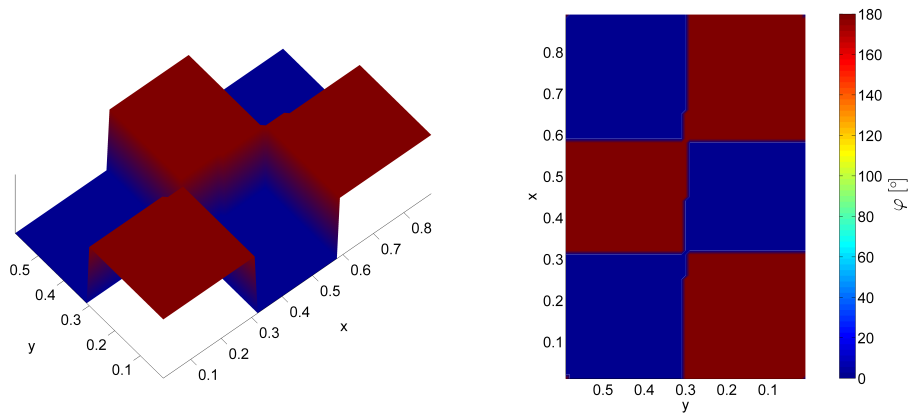


Abb. 4-4: Phasenverlauf der reellen 3x2 Mode (**ref**; $MCI = 0$; $e_x = 0$; $e_y = 0$)

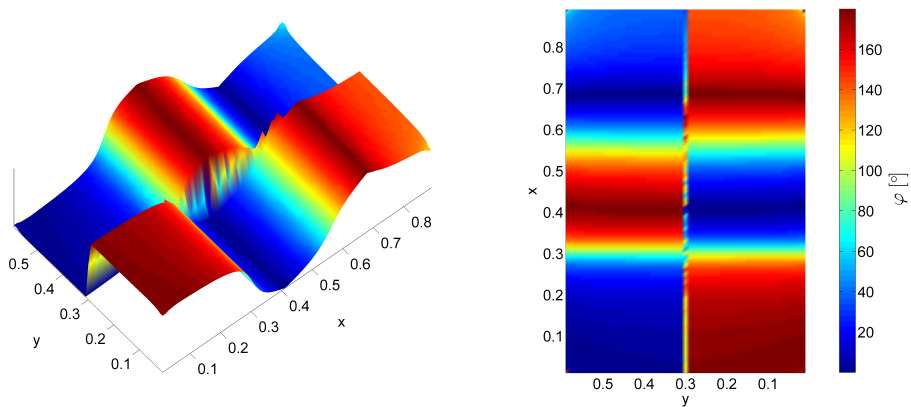


Abb. 4-5: Phasenverlauf der komplexen 3x2 Mode (**1-sym**; $MCI = 0,15$; $e_x = 0,3$; $e_y = 0$)

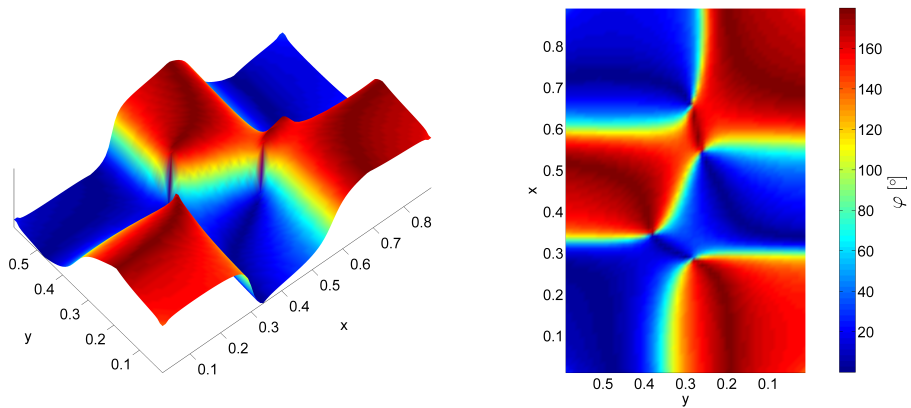


Abb. 4-6: Phasenverlauf der komplexen 3x2 Mode (**unsym**; $MCI = 0,20$; $e_x = 0,26$; $e_y = 0,19$)

bei der unsymmetrischen gedämpften Platte, bilden sich Rampen dementsprechend in beide Laufrichtungen aus (vgl. Abb. 4-6).

Der Vollständigkeit halber wird zudem der Zeitverlauf der 3x2 Mode bei der unsymmetrisch gedämpften Platte dargestellt (s. Abb. 4-7). Insbesondere bei den Zeiten t_2 und t_3 ist erkennbar, dass sich die Anzahl der Maxima und Minima in zwei Richtungen verändert. Durch die Überlagerung ist eine leicht schräglaufoende Welle in Richtung der oberen rechten Ecke erkennbar. Dies wird ebenfalls im Phasenverlauf in Abb. 4-6 deutlich. Im Zustand t_2 können die zusätzlichen Maxima und Minima infolge der Komplexität in x- und y-Richtung identifiziert werden. Sie gehen ineinander über, sodass die kurzzeitig zu erwartende 4x3 Eigenform nur schwach wahrgenommen werden kann.

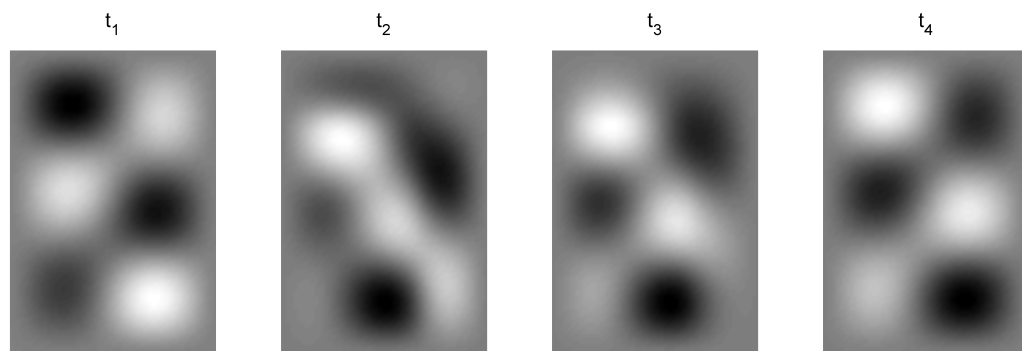


Abb. 4-7: Zeitverlauf der 3x2 Mode (unsym; $MCI = 0, 20$; $e_x = 0, 26$; $e_y = 0, 19$)

4.3 Eigenformkomplexität bei unterschiedlich hoher Dämpfung

Dieses Unterkapitel soll klären, welchen Einfluss eine Dämpfungserhöhung auf die Komplexität der Eigenformen hat und wie sich dadurch der laufende Wellenanteil verändert. Hierfür wird die Dämpfung schrittweise erhöht und die sich jeweils ergebene Komplexität charakterisiert. Nachteil der Rayleigh-Dämpfung ist, dass sich exakte Dämpfungswerte nur für zwei Frequenzen vorgeben lassen. Es werden daher zwei repräsentative Moden betrachtet. Zum einen die gerade 2x2 Mode und zum anderen die ungerade 3x3 Mode.

Es kommt durch die unterschiedlich hohen Dämpfungen zu leicht unterschiedlichen Eigenfrequenzen der Moden. Infolgedessen weichen auch die Dämpfungswerte von den anvisierten *Lehrschen Dämpfungswerten* ($D = 0, 05; 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4$) ab. Die Abb. 4-8 veranschaulicht die variierten Rayleigh-Dämpfungskurven im Frequenzbereich. Der Bereich, in dem die Eigenfrequenzen der jeweiligen Mode liegen, werden hier durch Strichlinien abgegrenzt. Aufgrund der nur geringen Abweichung der Frequenzen wird in diesem Bereich eine konstante Dämpfung angenommen.

Die Abb. 4-9 zeigt die resultierenden laufenden Wellenanteile e in die jeweilige Richtung. Es wird deutlich, dass bei der einfach symmetrisch gedämpften Platte (rote Graphen) wie erwartet ausschließlich laufende Wellenanteile in x-Richtung auftreten. Die in y-Richtung auftretenden sind verschwindend gering. Weiterhin wird deutlich, dass der laufende Wellenanteil mit steigender Dämpfung wächst. Der Anstieg verringert sich allerdings leicht mit größer werdendem D .

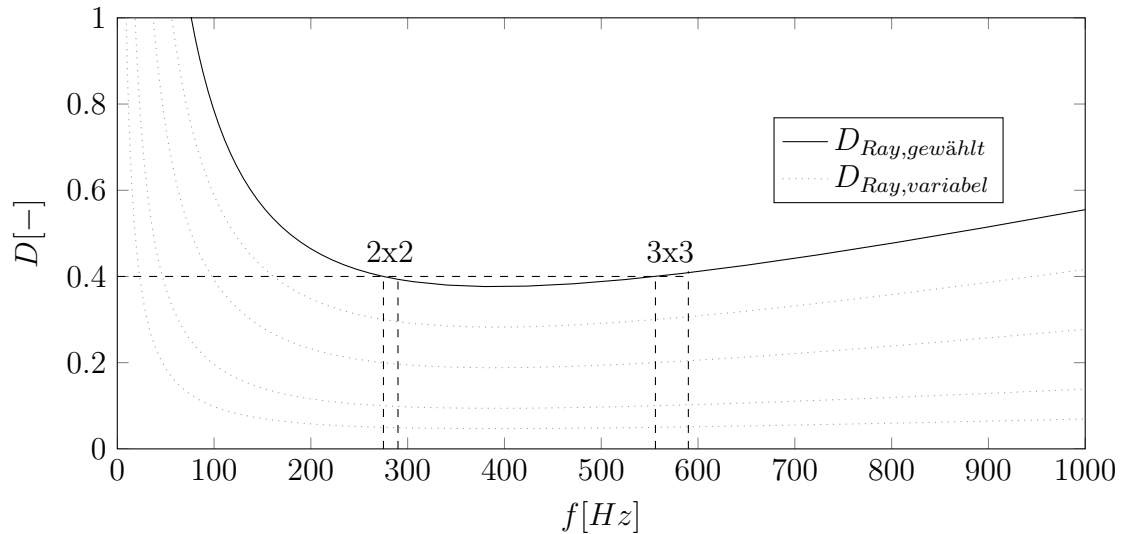


Abb. 4-8: Verlauf der untersuchten Rayleigh-Dämpfungen

Zum Vergleich wird die gleiche Dämpfungsuntersuchung auch an der unsymmetrisch gedämpften Platte (grüne Graphen) durchgeführt. Die Dämpfungsstreifen werden ebenfalls mit 200 mm definiert. Der sich ergebene Verlauf des laufenden Wellenanteils über der Dämpfung zeigt ein ähnliches Verhalten. Es sind im Gegensatz zur einfach symmetrisch gedämpften Platte jedoch laufende Wellenanteile in y -Richtung erkennbar, die etwa im gleichen Maße ansteigen wie e_x . Diese Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass die Komplexität der Platten mit steigender Dämpfung zunimmt.

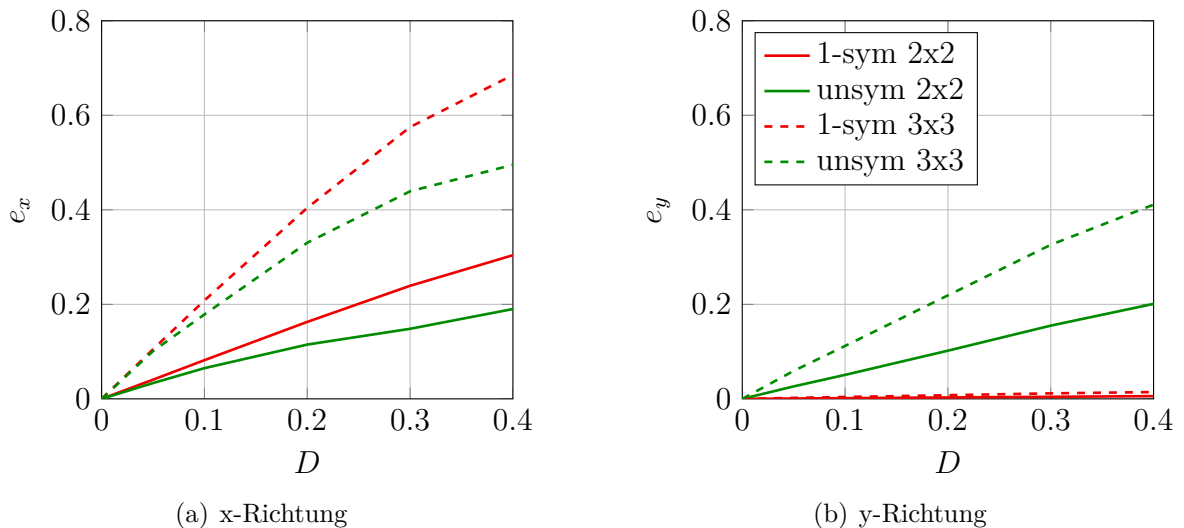


Abb. 4-9: Abhängigkeit des laufenden Wellenanteils e von der Dämpfung D in der Eigenfrequenz der 2×2 und 3×3 Mode

Die Abb. 4-9 zeigt einen weiteren Effekt. Es wird ein klarer Unterschied zwischen den Graphen der geraden und ungeraden Mode deutlich (Volllinien, Strichlinien). So ist der Unterschied der Komplexität bei gleicher Dämpfung unterschiedlich hoch. Diesem Phänomen soll mit den weiteren Untersuchungen auf den Grund gegangen werden. Hierzu werden die jeweiligen Moden,

in Reihenfolge ihres Auftretens, den Ordnungsnummern (Ord.-Nr.) zugeteilt. Die Tab. 4-2 fasst das Ergebnis übersichtlich zusammen.

Tab. 4-2: Übersicht der Reihenfolge der mit steigender Frequenz auftretenden Moden

Ord.-Nr.	Mode	Ord.-Nr.	Mode	Ord.-Nr.	Mode	Ord.-Nr.	Mode
1	1x1	7	3x2	13	5x2	19	5x3
2	2x1	8	1x3	14	4x3	20	3x4
3	1x2	9	4x2	15	6x1	21	7x1
4	3x1	10	2x3	16	1x4	22	4x4
5	2x2	11	5x1	17	2x4		
6	4x1	12	3x3	18	6x2		

Die Rayleigh-Dämpfung wird so verändert, dass in jeder Eigenfrequenz (Eigenmode) ein Dämpfungswert von $D \approx 0,4$ angenommen werden kann. Dazu wird die Rayleigh-Kurve ($D_{Ray, gewählt}$), wie in Abb. 4-8 für die 2x2 und die 3x3 Mode dargestellt, sinngemäß nach rechts und links verschoben. So kann simuliert werden, dass jede Mode eine konstante inhomogene Dämpfung in ihrer Eigenfrequenz erfährt. Der angenommene Dämpfungswert gilt nur theoretisch, die technische Relevanz wird später diskutiert.

Die sich ergebenden laufenden Wellenanteile in x-Richtung und die MCI-Werte werden in Abb. 4-10 (a) über der Ordnungsnummer dargestellt. Es ist ein steigender Verlauf der Komplexität mit der Ordnungszahl zu sehen. Darüber hinaus korrelieren die MCI-Werte stark mit den e_x Werten, was durchaus zu erwarten war. Der ansteigende Trend ist auch im modalen Dämpfungsverlauf zu erkennen, der vergleichend in Abb. 4-10 (b) gezeigt wird. Dies lässt den Schluss zu, dass mit steigender Ordnungszahl der Moden die modale Dämpfung zunimmt und daraus resultierend auch die Komplexität der Moden.

Die steigende modale Dämpfung kann damit begründet werden, dass mit steigender Ordnungszahl im Allgemeinen die Anzahl der Schwingungsbäuche ansteigt. Dies folgt aus der Tatsache, dass die Biegewellenlänge mit steigender Frequenz abnimmt. Es passen somit anteilig immer mehr Schwingungsbäuche in den Dämpfungsbereich, woraus eine höhere Dämpfung der Mode resultiert und mehr Energie dissipiert wird. Diese Annahme würde auch die auffälligen Einbrüche der modalen Dämpfung bzw. der MCI und e_x -Verläufe bei den Ordnungszahlen 8 und 16 erklären. Hier tritt jeweils nur ein Schwingungsbauch in x-Richtung auf, sodass die Schwingungsmaxima weit entfernt von dem Dämpfungsbereich auftreten und somit kaum von der Dämpfung beeinflusst werden.

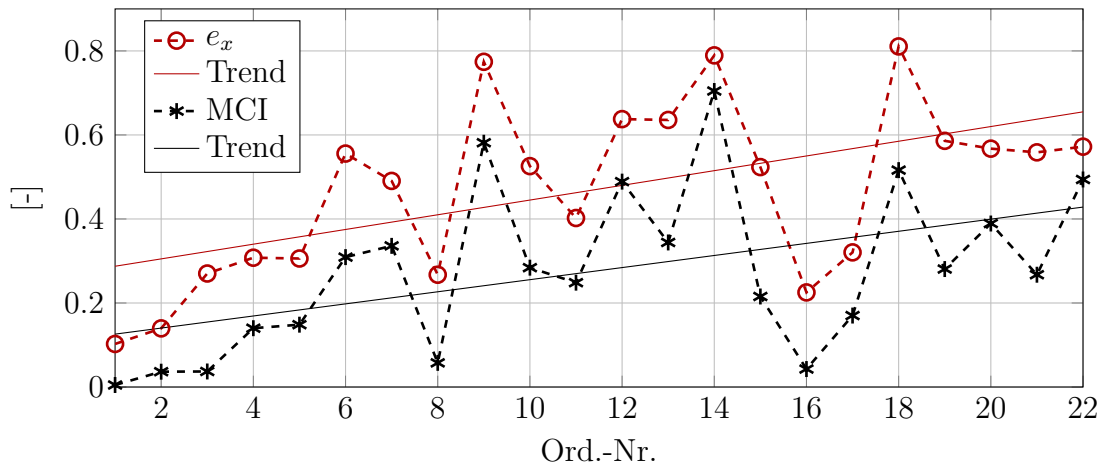
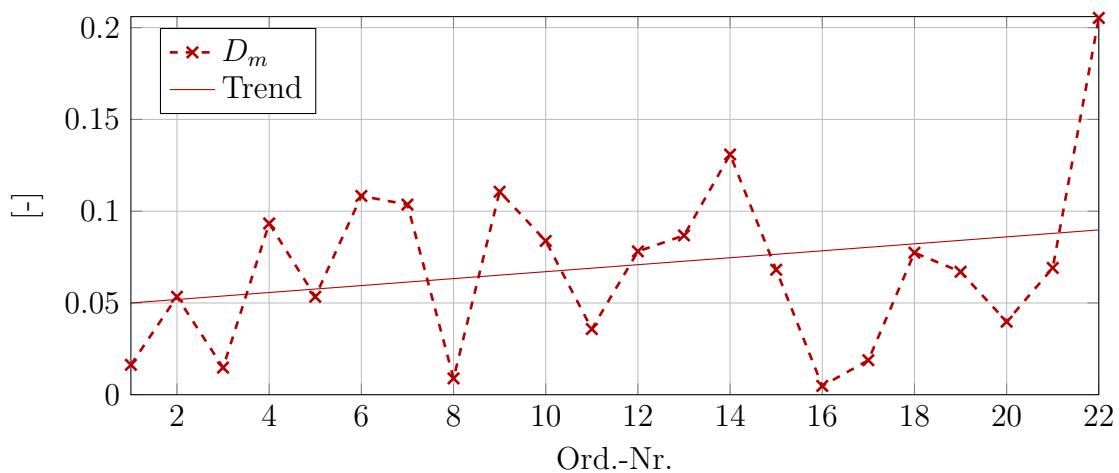
(a) MCI und e_x (b) modale Dämpfungen D_m

Abb. 4-10: Komplexität der Moden (1-sym) bei konstanter inhomogener Dämpfung $D \approx 0,4$ im Vergleich mit den modalen Dämpfungen D_m

4.4 Einfluss des Komplexitätsgrades auf das Schallabstrahlverhalten von Platten

Im Folgenden wird untersucht, welchen Einfluss die Größe der Komplexität auf das Schallabstrahlverhalten besitzt. Hierzu wird der Abstrahlgrad der Eigenformen im Frequenzbereich dargestellt. Der Stand der Forschung hat ergeben, dass ein veränderter akustischer Effekt hauptsächlich im unteren Frequenzbereich auftritt. Aufgrund dessen wird der Abstrahlgrad logarithmisch über der Frequenz dargestellt.

Die Abb. 4-11 zeigt den Einfluss der Komplexität auf das Abstrahlverhalten einer geraden 2×2 Eigenform. Darüber hinaus werden hierin vergleichend die Abstrahlgrade infolge der untersuchten Dämpfungswerte aus Kapitel 4.3 dargestellt. Diese steigen mit größer werdender Dämpfung an. Es kann also festgehalten werden, dass mit der Dämpfungserhöhung die Komplexität steigt und damit auch der Effekt im Abstrahlgrad stärker erkennbar wird. Der Abstrahlgrad der geraden Mode vergrößert sich im Vergleich zur reellen Eigenform. Da jedoch die Störung des akustischen

Kurzschluss mit steigender Frequenz abnimmt, wird im gleichen Maße die Differenz zwischen den σ -Verläufen kleiner und sie konvergieren. Es kann somit geschlussfolgert werden, dass je höher die inhomogene Dämpfung und damit der Anteil an laufenden Wellen ist, desto stärker der akustische Kurzschluss gestört und somit der Abstrahlgrad vergrößert wird.

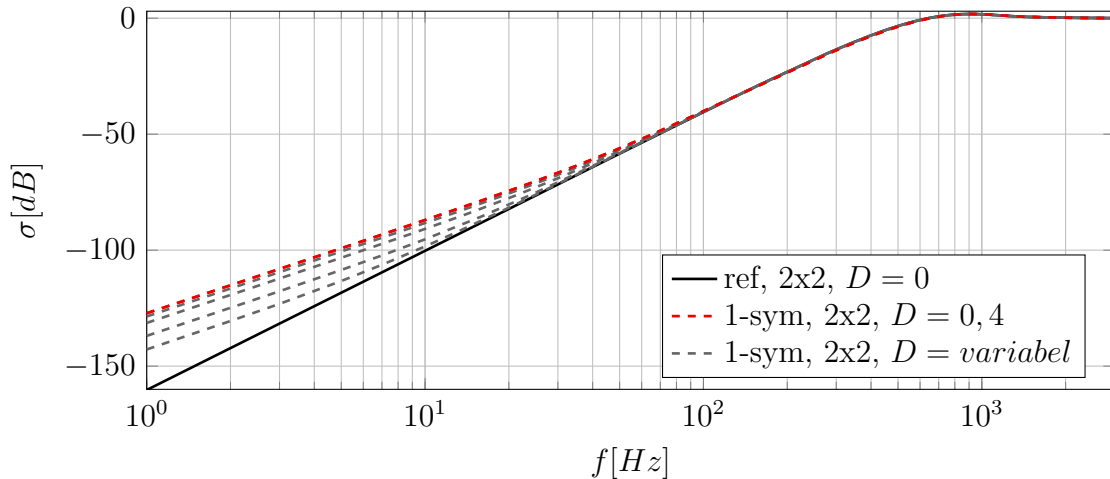


Abb. 4-11: Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 5. Eigenfrequenz (2×2 , Mode 5, $MCI = 0,15$, $e_x = 0,3$)

Ähnliches sollte nicht nur bei der Dämpfungserhöhung auftreten, sondern auch, wie die Voruntersuchungen ergeben haben, bei einer geraden Mode mit höherer Ordnungszahl. Die Abb. 4-12 zeigt diesen Effekt anhand der 4×4 Mode. Es ist deutlich erkennbar, dass trotz der gleich groß angenommenen inhomogenen Dämpfung in der Eigenfrequenz, die Komplexität (vgl. MCI und e_x) der Mode höherer Ordnungszahl (2×2 , 5. Mode vs. 4×4 , 22. Mode) zunimmt. Demzufolge ist die Vergrößerung des Abstrahlgrades wesentlich stärker erkennbar. Dieser erhöht sich im Vergleich mit der 2×2 Mode ($\Delta\sigma_{2 \times 2} = 8 \text{ dB}$) an der Hörschwelle bei etwa 20 Hz um weitere 20 dB ($\Delta\sigma_{4 \times 4} = 28 \text{ dB}$).

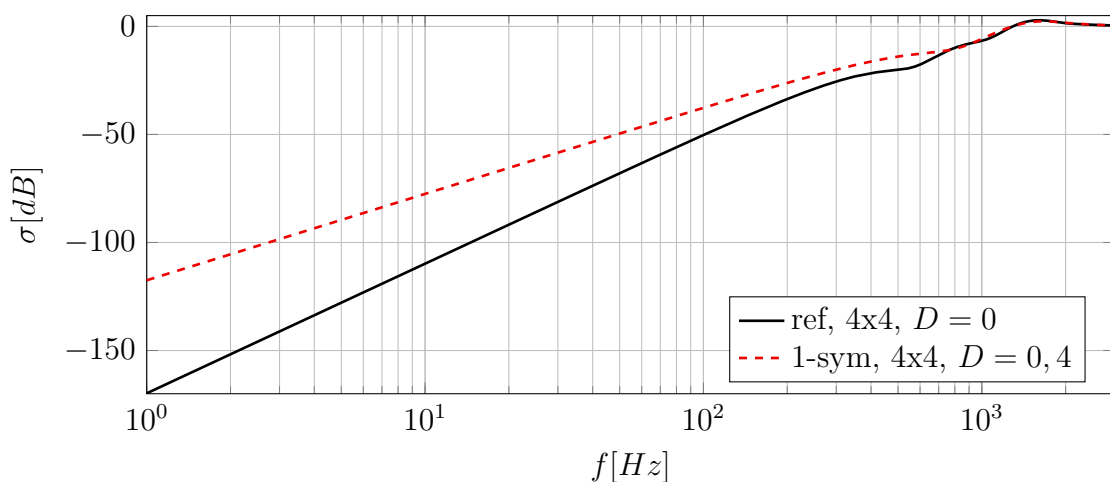


Abb. 4-12: Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 22. Eigenfrequenz (4×4 , Mode 22, $MCI = 0,45$, $e_x = 0,56$)

Die gleichen Untersuchungen sollen ebenfalls für zwei ungerade Moden durchgeführt werden. Diesmal werden die 1. Mode (1x1) und die 21. Mode (7x1) verglichen. Die Abnahme im Abstrahlgrad ist bei der 1x1 so gering, dass er grafisch nicht erkennbar ist (s. Abb. 4-13). Dies ist der geringen Komplexität von nur 1% im MCI geschuldet.

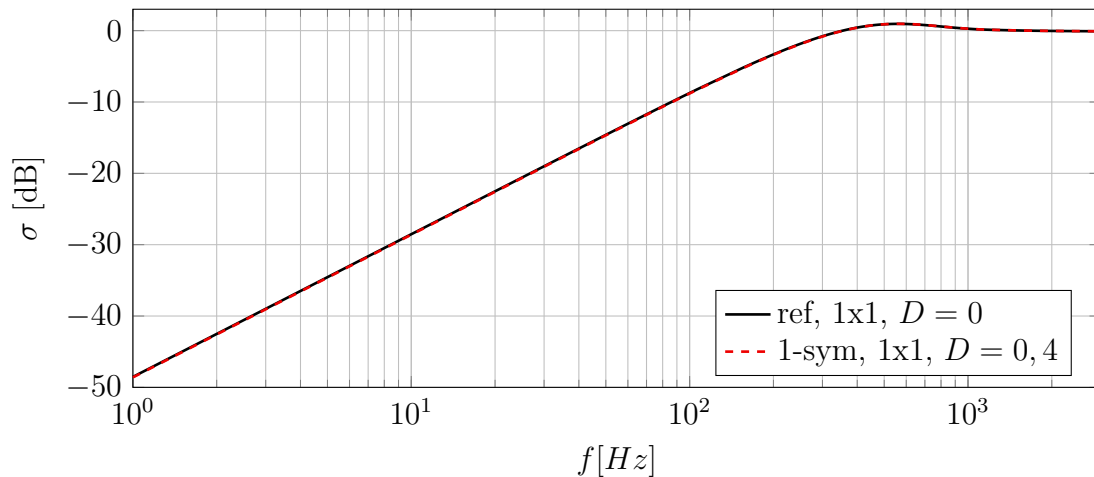


Abb. 4-13: Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 1. Eigenfrequenz (1x1, Mode 1, $MCI = 0,01$, $e_x = 0,18$)

Wird der Abstrahlgrad der höheren ungeraden 7x1 Mode betrachtet, erhöht sich die Komplexität auf 27% im MCI und die prognostizierte Verringerung im Abstrahlgrad wird deutlich (s. Abb. 4-14). Mit diesem MCI liegt sie zwischen den Komplexitäten der zwei zuvor betrachteten geraden Moden. Dennoch fällt die Abstrahlgraddifferenz wesentlich geringer aus (3 dB). Diese Tatsache stützt die Hypothese aus den Untersuchungen des zeitlichen Verlaufs, dass die zwei konstatierten Effekte bei ungeraden Moden entgegenwirken. Ein weiterer Unterschied zu den geraden komplexen Moden ist, dass die Absenkung des Abstrahlgrades über einen weiten Frequenzbereich hin konstant bleibt.

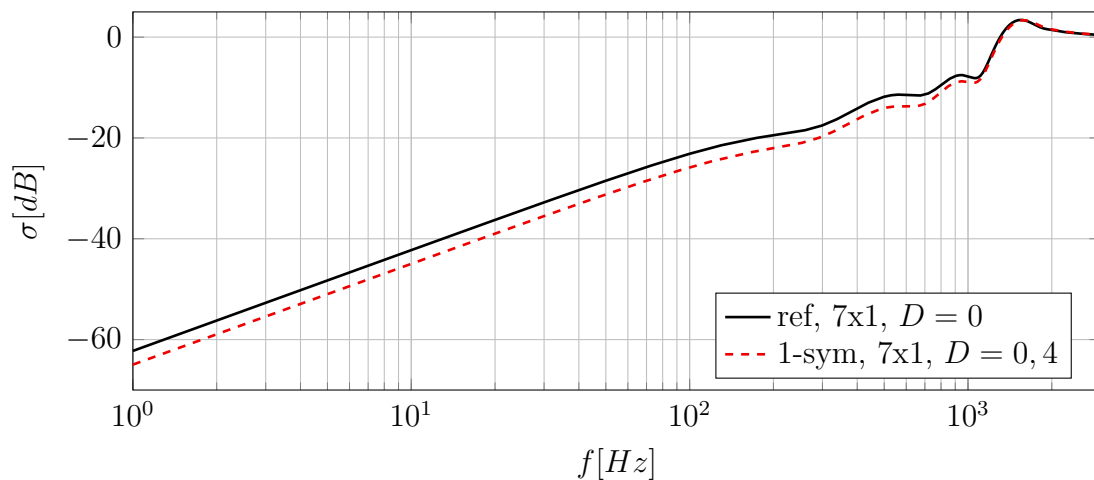


Abb. 4-14: Veränderung des Abstrahlgrades infolge der Dämpfung D in der 21. Eigenfrequenz (7x1, Mode 21, $MCI = 0,27$, $e_x = 0,57$)

4.5 Veränderungen in der Richtcharakteristik

Bisher konnte geklärt werden, dass sich die Schallabstrahleffizienz durch die Komplexität verändert. Nun soll untersucht werden, ob und inwieweit sich die laufenden Wellenanteile auf die Richtcharakteristik des abgestrahlten Schallfeldes auswirken. Es wird die einfach symmetrische Plattenkonfiguration betrachtet. Um eine Aussage über die Richtcharakteristik treffen zu können, wird eine halbkugelförmige Punktwolke über die Platte gelegt (s. Abb. 4-15). Die einzelnen Punkte, an denen der Schalldruck berechnet wird, haben einen Abstand von 100 m von der Platte, um die Fernfeldbedingungen auch für sehr tiefe Frequenzen aufrecht zu erhalten.

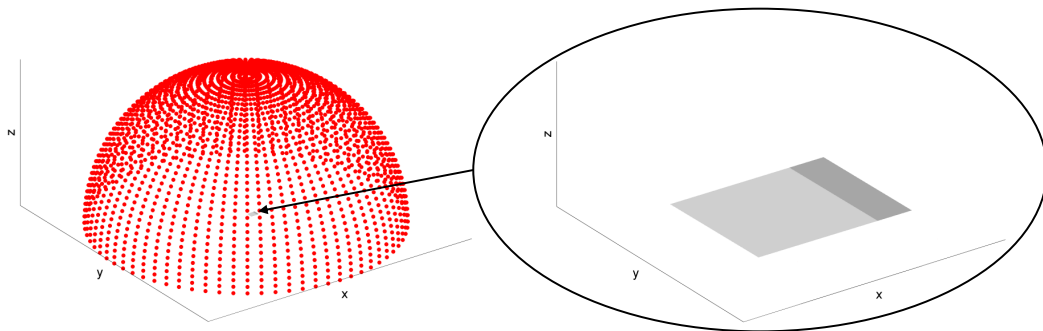


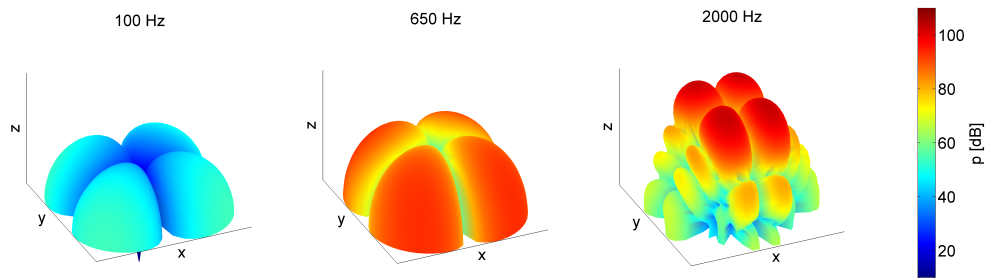
Abb. 4-15: Schema der Richtcharakteristikberechnung anhand der Platte 1-sym

Für die Darstellung der Richtcharakteristik wird der Radius der Halbkugelpunkte anhand der berechneten Druckwerte skaliert. Die Abb. 4-16 zeigt die Veränderung infolge der Komplexität anhand der geraden 2×2 Mode (s. Abb. 4-16 (b)) im Vergleich mit der rein reellen (s. Abb. 4-16 (a)). Diese Darstellungsweise wird auch für andere Moden fortgeführt.

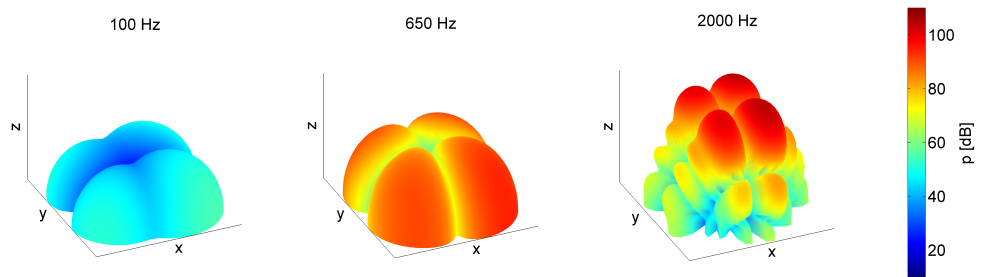
Es wird deutlich, dass im unteren Frequenzbereich eine klare Veränderung zu beobachten ist. Dies war bei den Abstrahlgraden ebenso der Fall (siehe Kapitel 4.4). Aufgrund der in x -Richtung laufenden Schwingungsmaxima bilden sich keine eindeutig abgegrenzten Druckkeulen mehr aus. Die reelle 2×2 Mode, die als Quadrupolstrahler bekannt ist (Ausbildung von vier Hauptkeulen), wird durch das Laufen der Wellen zu einem Dipolstrahler. Des Weiteren kommt es zu einer Druckerhöhung und einem Kippen der Schallabstrahlung in Richtung der Dämpfung.

Die Abb. 4-17 einer 4×4 Mode mit einer dreifach höheren Komplexität ($MCI = 0,45$) zeigt, dass sich bei steigender Komplexität die soeben beschriebenen Effekte deutlicher abzeichnen. Hier ist das ineinander Übergehen der Keulen bis in den hohen Frequenzbereich erkennbar. Vor allem die Darstellung bei 2000 Hz zeigt, wie sich die Druckmaxima in Richtung inhomogener Dämpfung verschieben. Darüber hinaus findet die Abstrahlung nicht wie bei der reellen 4×4 Eigenform vornehmlich senkrecht, sondern zum Dämpfungsbereich geneigt statt.

Es kann festgehalten werden, dass die Quadrupole (4×4 , 2×2) durch die Komplexität zu Dipolen werden. Erwartet werden kann daher, dass auch bei typischen Dipolstrahlern, wie der 2×1 Mode, ein Verschmelzen der Druckkeulen in Laufrichtung der Wellen stattfindet. Sie wirken daher wie ein Monopolstrahler. Diese Erwartungen können durch die Abb. 4-18 bestätigt werden. Die

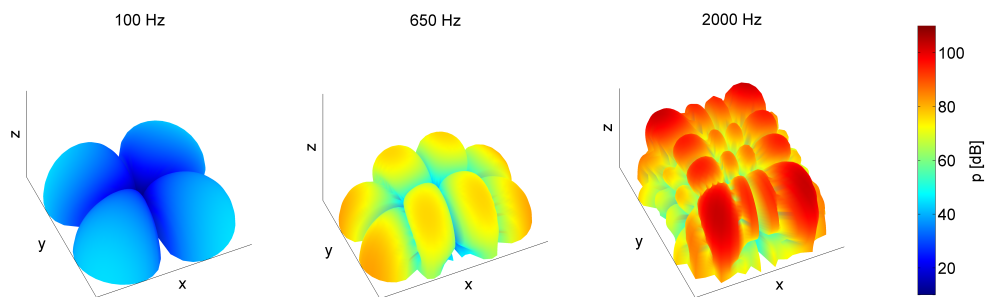


(a) reelle 2x2 Mode (ref, $MCI = 0$, $e_x = 0$)

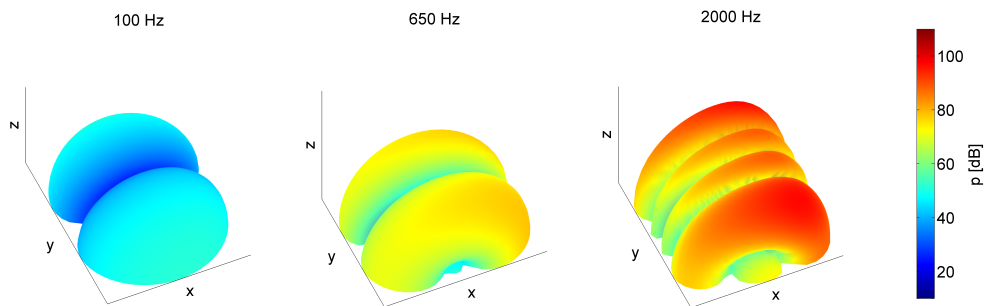


(b) komplexe 2x2 Mode (1-sym, $MCI = 0, 15$, $e_x = 0, 3$)

Abb. 4-16: Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 2x2 Mode



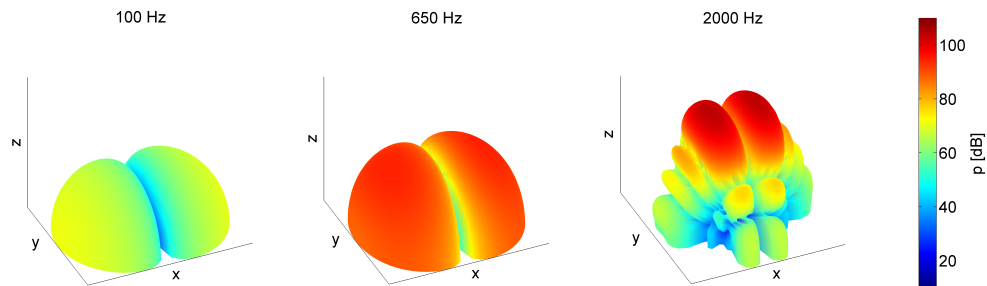
(a) reelle 4x4 Mode (ref, $MCI = 0$, $e_x = 0$)



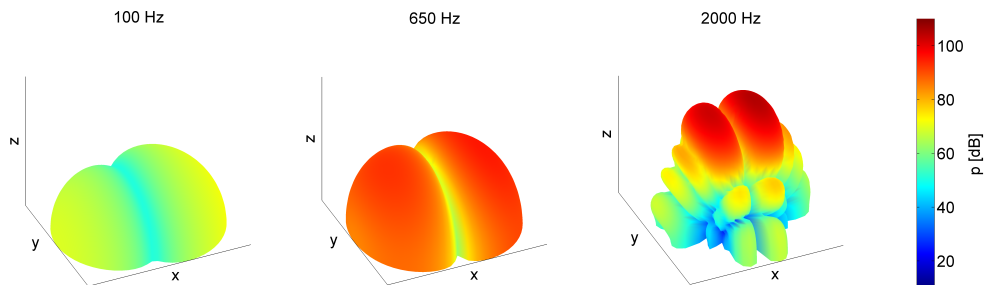
(b) komplexe 4x4 Mode (1-sym, $MCI = 0, 45$, $e_x = 0, 56$)

Abb. 4-17: Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 4x4 Mode

Effekte sind durch die nur geringe Komplexität ($MCI = 0,07$) schwach ausgebildet. Im unteren Frequenzbereich (100 Hz) ist dennoch die Umwandlung zum Monopol erkennbar.



(a) reelle 2x1 Mode (**ref**, $MCI = 0$, $e_x = 0$)

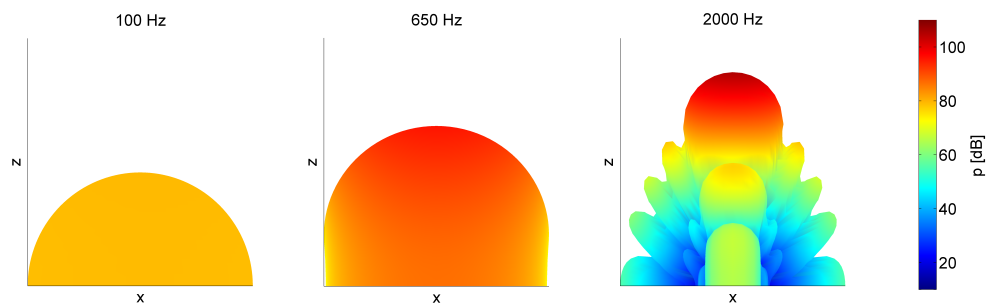
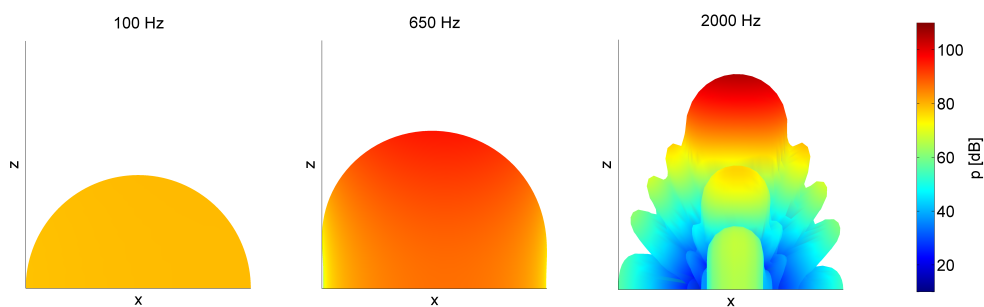


(b) komplexe 2x1 Mode (**1-sym**, $MCI = 0,07$, $e_x = 0,19$)

Abb. 4-18: Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 2x1 Mode

Der Vollständigkeit halber wird auch der typische Monopolstrahler (1x1 Mode) analysiert. Hier ist keine Veränderung des Strahlertypen zu erwarten. Der Monopolstrahler bleibt bei komplexen Eigenformen ein Monopolstrahler. Dennoch findet hier eine Neigung der Abstrahlung statt. Diese kann in Abb. 19(b) in positiver Richtung grafisch nur sehr schwach erkannt werden. Verantwortlich dafür ist die sehr geringe Komplexität ($MCI = 0,01$) der 1x1 Mode. Auch hier gilt, dass sich mit steigendem laufendem Wellenanteil die Effekte stärker ausbilden.

Das grundsätzliche Verhalten der komplexen ungeraden und geraden Moden hinsichtlich ihrer Richtcharakteristik ist ähnlich. Bei beiden gehen die Druckkeulen in Laufrichtung der Biege wellen ineinander über und neigen sich in Richtung der Dämpfung. Die Effekte bilden sich allerdings, wie bereits bei den Abstrahlgraden festgestellt, für die ungeraden Moden wesentlich geringer aus als für die geraden Eigenformen. Weitere Ursachen werden bei der Betrachtung der Intensitätsverteilung in Kapitel 4.6 deutlich.

(a) reelle 1x1 Mode (**ref**, $MCI = 0$, $e_x = 0$)(b) komplexe 1x1 Mode (**1-sym**, $MCI = 0,01$, $e_x = 0,18$)**Abb. 4-19:** Richtcharakteristik einer reellen und einer komplexen 1x1 Mode

4.6 Abstrahlverhalten ausgewählter Plattenmoden bei unterschiedlicher Dämpfungskonfiguration

Die bisherigen Untersuchungen sollten die Grundlagen der akustischen Wirkung komplexer Moden liefern, um die Effekte der hier betrachteten unterschiedlichen Dämpfungskonfigurationen besser bewerten zu können. Hierzu wird bereits Bezug auf die anschließenden Experimente genommen. Außerdem werden ähnlich große Dämpfungsflächen gewählt. Ziel ist es, Plattenstrukturen zu analysieren, die ein vergleichbares phänomenologisches Verhalten abbilden wie die zu untersuchenden Platten in den Experimenten. Es ist allerdings keine direkte numerische Abbildung der experimentellen Aufbauten. Aufgrund dessen werden alle Ergebnisse mit Hilfe der genormten Oberflächenschnellen berechnet und dargestellt.

Als inhomogene Dämpfung wird eine konstante Rayleigh-Dämpfung für alle Moden angenommen. Diese ist in Abb. 4-20 visualisiert. Hier sind außerdem die resultierenden *Lehrschen Dämpfungswerte* D in den einzelnen Eigenfrequenzen gekennzeichnet. Sie liegen zwischen 0,2 und 0,4. Zur Beurteilung der Komplexität wird nur der MCI angegeben. Besonders bei komplexen Dämpfungskonfigurationen (pktsym) kann nicht vorausgesagt werden, inwieweit die Zerlegung des Wellenverlaufes in eindimensionale Wellenleiter aussagekräftige Ergebnisse für die reziproken SWR Werte e liefert.

In Kapitel 2.1.3 wurde bereits das Abstrahlverhalten von Plattenmoden unterhalb der Koinzidenzfrequenz diskutiert. Im Folgenden soll untersucht werden, inwieweit sich die schallab-

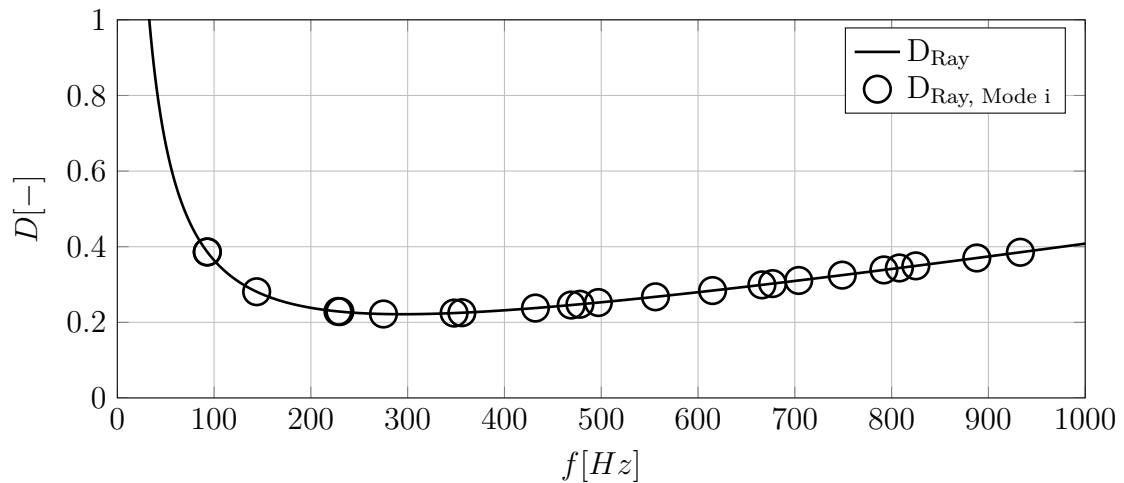


Abb. 4-20: Gewählte Rayleigh-Dämpfung für die weiteren numerischen Berechnungen

strahlenden Gebiete der Platte auf Grund von laufenden BiegeWellenanteilen verändern und ob korrelierende Phänomene festgestellt werden können. Hierzu wird die Intensitätsverteilung im Fernfeld auf den unterschiedlich bedämpften Platten im Frequenzbereich untersucht.

Die Abb. 4-21 zeigt an der ungedämpften Referenzplatte die drei unterschiedlichen Strahlertypen (Eckenstrahler, Randstrahler, Flächenstrahler) aus der Theorie. Dazu wird die 4x4 Mode als vergleichende Eigenform gewählt, weil sie aufgrund ihrer relativ hohen Anzahl an Schwingungsmaxima und -minima in beiden Richtungen (x,y) eine eindeutige Interpretation zulässt.

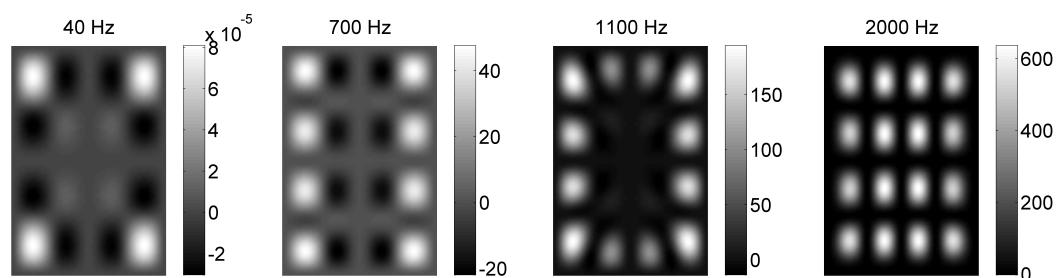


Abb. 4-21: Intensitätsverteilung (ref, 4x4, $MCI = 0$)

Als Erstes wird die einfach symmetrische Konfiguration untersucht (s. Abb. 4-22). Es wird deutlich, dass sich wieder im unteren Frequenzbereich Veränderungen ergeben. Der klassische Eckenstrahler kann bei 40 Hz nicht mehr identifiziert werden. Vielmehr kommt es zu einer Umordnung der Quellen und Senken. Im Bereich der hohen Dämpfung (oben) konzentrieren sich die Intensitätssenken (schwarz). Der restliche Bereich der Platte fungiert hauptsächlich als Quelle (weiß/grau). Grund dieser Verteilung ist die energiedissipierende Wirkung der Dämpfung. Die BiegeWellenauslenkungen werden in diesem Bereich minimiert und es entstehen Intensitätsminima. Durch das Laufen der Wellen wird der Druckausgleich (akustischer Kurzschluss) zwischen den Maxima und Minima der restlichen Platte verschlechtert. Im Zuge dessen vergrößert sich der Quellbereich sowie deren Intensitätsmaximum um ein Vielfaches - im Gegensatz zum reellen Fall (vgl. Intensitätsskala Abb. 4-21 und Abb. 4-22). Die Schallabstrahlung wird im unteren Fre-

quenzbereich vergrößert. Bei Erhöhung der Frequenz auf 700 Hz ist immer noch die Senkenkonzentration im Dämpfungsbereich zu erkennen. Der Zustand kann aber bereits als Randstrahler wie im reellen Fall identifiziert werden. Wird die Frequenz weiter erhöht, nimmt die Ähnlichkeit zur Referenzplatte zu. Der akustische Kurzschluss wird weniger beeinflusst, was auch im Abstrahlgrad zu beobachten ist. Dieser nähert sich immer weiter dem Verlauf der unbedämpften Referenzplatte an.

Ein weiterer Effekt, der deutlich wird, ist, dass die Senken bzw. Quellen leicht miteinander verschmelzen, ähnlich wie das in der Richtcharakteristik bei den Druckkeulen zu beobachten ist (vgl. Abb. 4-22, 40 Hz). Aufgrund der geringen Komplexität ($MCI = 0,09$) ist es jedoch nur schwach zu erkennen.

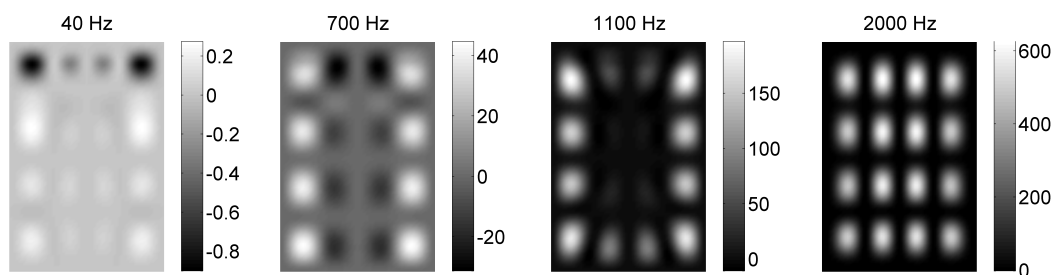


Abb. 4-22: Intensitätsverteilung (**1-sym**, 4×4 , $MCI = 0,09$)

Auch bei der zweiten Konfiguration **unsym** wird die Konzentration der Senken im Dämpfungsbereich (rechts und oben) für niedrige Frequenzen deutlich (s. Abb. 4-23). Darüber hinaus ist sie wesentlich komplexer als die einfach symmetrische Dämpfungskonfiguration ($MCI = 0,15$). Dies kann zum einen dem vergrößerten Dämpfungsbereich zugesprochen werden und zum anderen der Tatsache, dass laufende Biegewellenanteile durch die Dämpfungsdefinition in zwei Richtungen erzeugt werden. Die Platte schwingt somit in x - und y -Richtung komplex, was sich im MCI widerspiegelt.

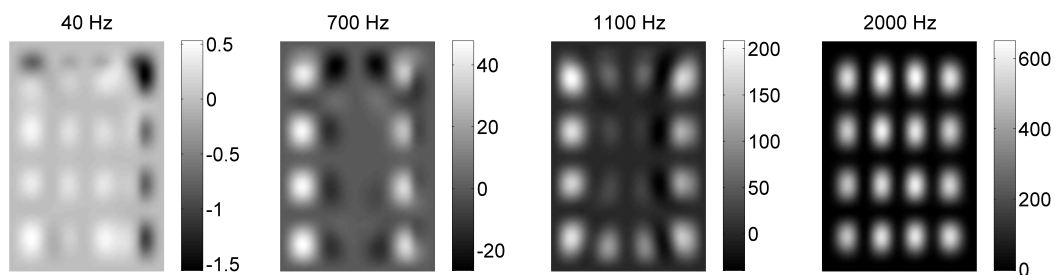


Abb. 4-23: Intensitätsverteilung (**unsym**, 4×4 , $MCI = 0,15$)

Dass die Komplexität nicht nur von der Dämpfungsfläche beeinflusst wird, zeigt die Intensitätsverteilung der zweifach symmetrischen Plattenkonfiguration (s. Abb. 4-24). Hier wird die Dämpfungsfläche im Vergleich mit der einfach symmetrischen verdoppelt, der MCI ist dennoch geringer. Dieser Effekt wird so erklärt, dass laufende Wellen in positive und negative x -Richtung entstehen. Diese kompensieren sich in einem gewissen Maße, was die Reduktion der Komplexität zur Folge hat. Im Übrigen sind die gleichen Phänomene erkennbar.

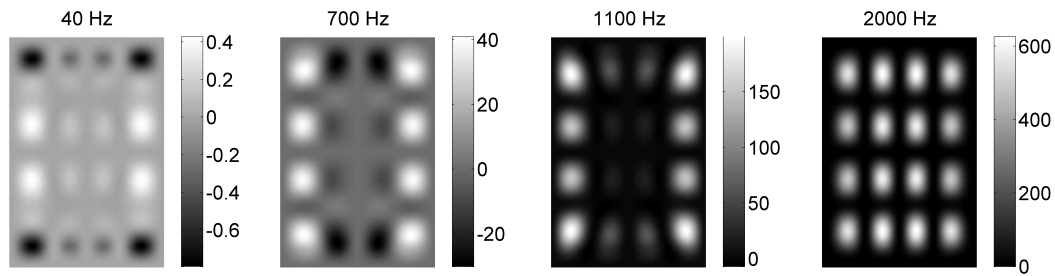


Abb. 4-24: Intensitätsverteilung (**2-sym**, 4x4, $MCI = 0,07$)

Bei der punktsymmetrischen Konfiguration (s. Abb. 4-25) sind die Wellenverläufe am schwersten vorauszusagen. Es entsteht eine Art Wirbel um den Mittelpunkt der Platte, was eine hohe Komplexität zur Folge hat. Die Quell- und Senkenbereiche verschmelzen stärker miteinander und der akustische Kurzschluss scheint stark gestört zu werden. Dies ist auch noch bei höheren Frequenzen schwach zu erkennen. Nahe der Koinzidenzfrequenz strahlen alle Plattenmoden als Flächenstrahler ab und der Einfluss der Komplexität ist unerheblich.

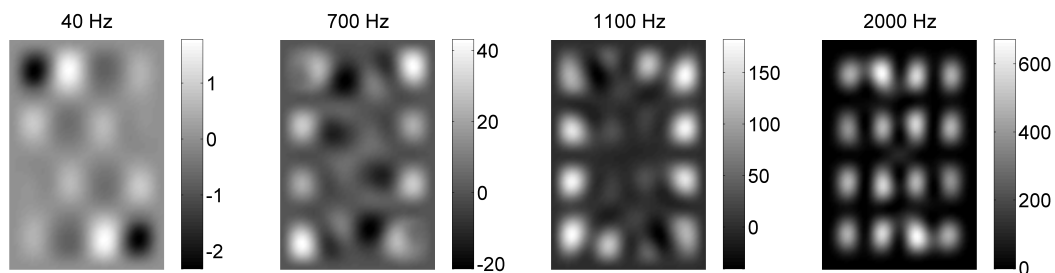


Abb. 4-25: Intensitätsverteilung (**pktsym**, 4x4, $MCI = 0,35$)

Um das Abstrahlverhalten vergleichend beurteilen zu können, wird der Abstrahlgrad der 4x4 Plattenmode berechnet. Anhand den Voruntersuchungen wird vermutet, dass sich die Abstrahlgrade für jede inhomogene Dämpfungskonfiguration erhöhen. Sie werden dennoch unterschiedlich stark ausfallen. So wird der Effekt bei der unsymmetrischen Konfiguration größer ausfallen als bei der einfach symmetrischen, da hier die Steigerung der Volumenverschiebung in beide Richtungen auftritt. Die Mode der zweifach symmetrischen Plattendämpfung sollte die geringste Differenz von allen inhomogen gedämpften Platten im Abstrahlgrad aufweisen, da sich die Phänomene teilweise gegeneinander aufheben. Zudem bleibt die Verteilung der Senken und Quellen stets symmetrisch. Die punktsymmetrische Dämpfungskonfiguration sticht aufgrund ihrer hohen Komplexität sowie Volumenverschiebung heraus. Infolgedessen wird bei ihr die höchste Abstrahlgradeffizienz angenommen. Die Abb. 4-26 zeigt die Verläufe der soeben betrachteten geraden 4x4 Mode infolge der variierten inhomogenen Dämpfung. Sie bestätigt die Vermutungen.

Es sei noch einmal betont, dass sich ein direkter Vergleich der Dämpfungskonfigurationen schwierig darstellt. Infolge der unterschiedlichen Dämpfungsfläche sowie Platzierung, ist deren Wirkung quantitativ nur schwer vergleichbar. Sie können dennoch hinsichtlich der entstehenden Konfiguration laufender Wellen in Relation gesetzt werden. Die gewonnenen Erkenntnisse sollen daher als Tendenz dienen.

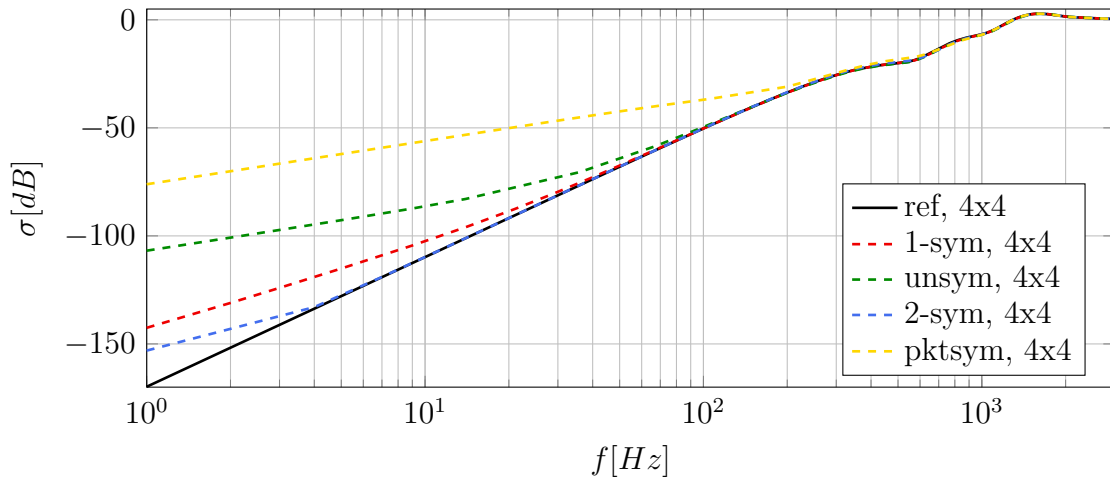


Abb. 4-26: Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (4x4, Mode 22)

Die vorangegangenen Betrachtungen bezogen sich ausschließlich auf die geraden Moden. Daher soll auch die 7x1 als beispielhafte ungerade Eigenform untersucht werden. Auf die nochmalige Analyse der Intensitätsverteilung wird verzichtet. Eine Umverteilung der Senken und Quellen findet auf gleiche Weise statt. Allerdings hat diese eine gegensätzliche Wirkung auf die Schallabstrahlung. Die Volumenverschiebung wird verringert, womit sich der Abstrahlgrad über einen weiten Frequenzbereich konstant verringert (vgl. Kapitel 4.4). Die Abb. 4-27 soll dies nochmals bestätigen.

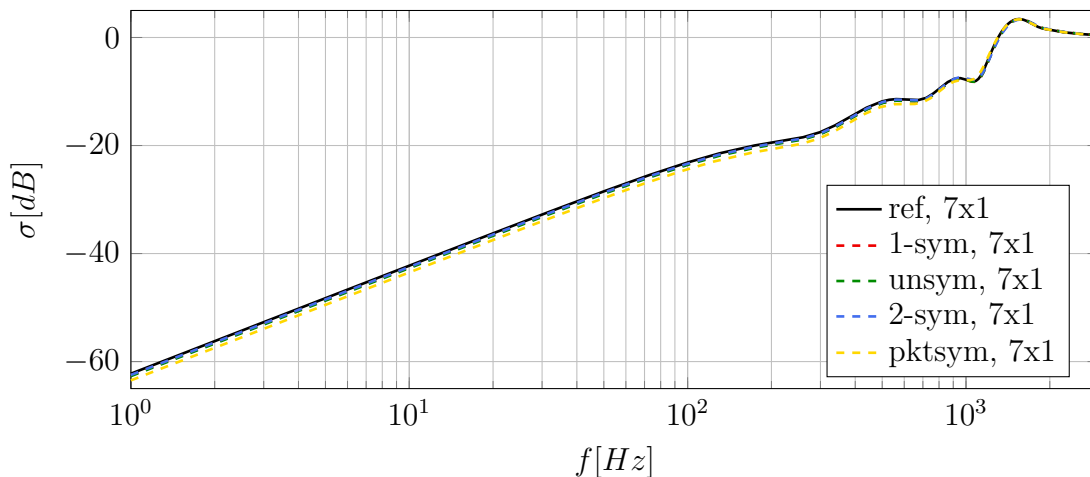


Abb. 4-27: Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (7x1, Mode 21)

Zur genaueren und eindeutigen Beurteilung wurde ein Bereich der Abstrahlgradkurve vergrößert dargestellt (s. Abb. 4-28). Der reziproke Effekt wird eindeutig erkennbar. Die punktsymmetrische Dämpfungskonfiguration strahlt am wenigsten ab, während der Effekt bei der zweifach symmetrischen am geringsten ausfällt. Die Abstrahlgrade der unsymmetrischen und einfach symmetrischen Konfiguration reihen sich ebenfalls genau in umgekehrter Reihenfolge ein.

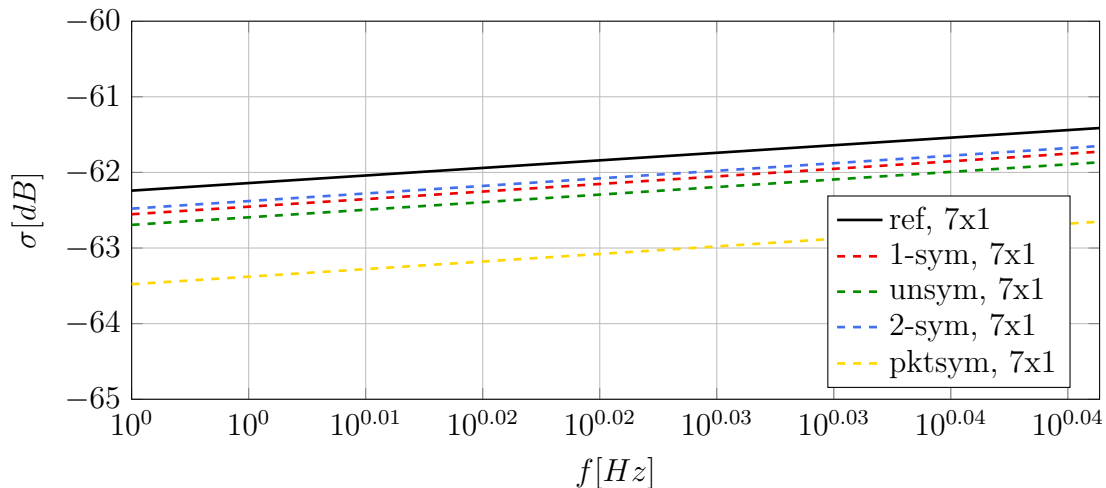


Abb. 4-28: Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungsconfigurationen (7x1, Mode 21, vergrößerte Darstellung)

4.7 Einfluss der Komplexität auf die abgestrahlte Schalleistung

Durch die bisherigen Betrachtungen konnten verschiedene akustische Effekte infolge der laufenden Wellen aufgedeckt werden. Beispielsweise haben die Abstrahlgraduntersuchungen gezeigt, dass sich die Effizienz der Schallabstrahlung der komplex schwingenden Platten erheblich vergrößern kann. Infolge der Dämpfung können allerdings die Amplituden soweit reduziert werden, dass sich die abgestrahlte Schalleistung dennoch nicht erhöht. Für technische Anwendungen ist die Schalleistung, neben den Schwingungsamplituden, die interessanteste Größe. Sie beantwortet die zentrale Frage, ob die Struktur leiser wird oder die Gefahr besteht, dass sie trotz Dämpfung lauter klingt.

Um möglichst allgemeine Aussagen treffen zu können, wird ein analytisches Modell nach [10] für eine frei gelenkig gelagerte Platte verwendet, über das sich die Frequenzantwort einer harmonisch krafterregten Rechteckplatte berechnen lässt. Dieses beruht auf der modalen Superposition der Eigenformen. Es werden dafür die mittels FEM berechneten Eigenformen verwendet und mit Hilfe eines MATLAB-Tools weiterverarbeitet. Hierzu werden die gleichen Dämpfungsbereiche und Rayleigh-Parameter wie in Kapitel 4.6 zugrunde gelegt.

Es soll ausschließlich der Einfluss der Komplexität auf die Schalleistung untersucht werden. Dazu wird die Platte mit der Einheitskraft $F = 1\text{ N}$ an einem Punkt angeregt, welcher auf keiner Knotenlinie der betrachteten 22 Moden liegt. Darüber hinaus wird ein konstanter proportionaler Verlustfaktor $\eta = 0,002$ für alle Moden definiert. Dies gilt auch für die Eigenformen der Referenzplatte. Die Reduktion der Schalleistung bedingt durch die inhomogene Dämpfung wird somit nicht berücksichtigt, sondern nur die aus ihr resultierende Komplexität betrachtet. Die Abb. 4-29 zeigt das Ergebnis der Untersuchung.

Die Peaks in den jeweiligen Eigenfrequenzen sind eindeutig erkennbar. Sie können mit Hilfe der Tab. 4-2 charakterisiert werden. Die Vorbetrachtungen haben gezeigt, dass die negative Auswirkung der komplexen Moden, d.h. die Erhöhung der Schallabstrahlung, größer ist als der positive Effekt. Die gerade 5. Mode (2x2) bei etwa 350 Hz beispielsweise zeigt eine Erhöhung

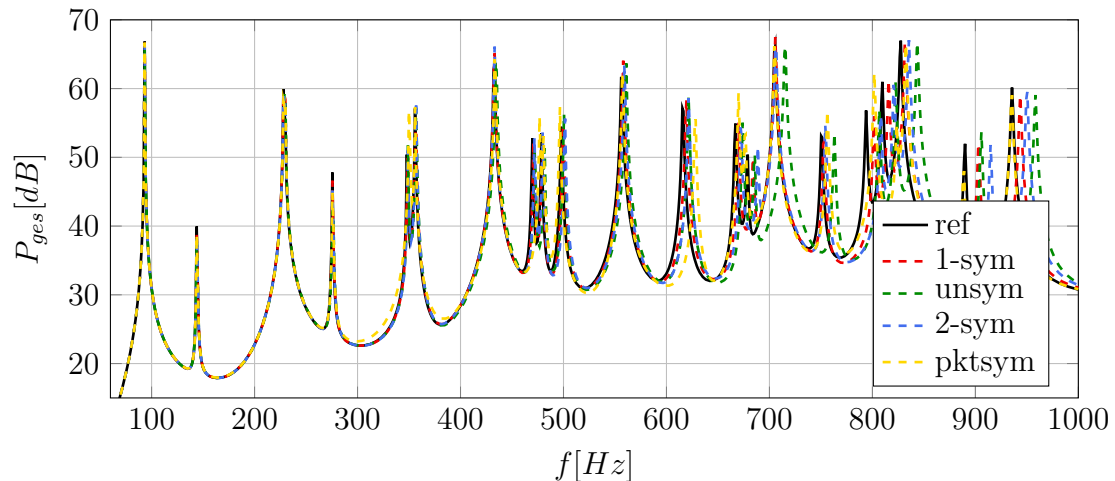


Abb. 4-29: Vergleich der Schalleistungsspektren unter Einfluss der Komplexität bei gleicher proportionaler Dämpfung der Moden

um 5 dB in der Schalleistung bei der punktsymmetrischen Dämpfungskonfiguration. Als Beispiel für eine ungerade Eigenform wird die 4. Mode (3×1) bei 280 Hz gewählt. Hier reduziert sich die Schalleistung um 3 dB (**pktsym**), was eine Halbierung dieser darstellt. Der Einfluss auf die Schalleistung aufgrund laufender BiegeWellen in der Struktur sind demnach nicht unwesentlich.

Entscheidend dafür, ob Veränderungen im Spektrum zu erkennen sind, sind allerdings die Komplexität und die Frequenz der Mode. Diese sollten zum einen bei niedrigen Frequenzen bzw. weit entfernt von der Koinzidenzfrequenz auftreten und zum anderen einen hohen Anteil an laufenden Wellen aufweisen. Andernfalls ist der Einfluss im Abstrahlgrad so gering, dass dieser in der Schalleistung nicht zu erkennen ist (Eigenfrequenzen liegen zu weit rechts im Frequenzbereich). Das bestätigt der Verlauf der Schalleistungsspektren der anderen Plattenkonfigurationen. Diese haben in Vorhinein bereits gezeigt, dass ihre Moden wesentlich weniger komplex sind als die der punktsymmetrischen Platte. Bedingt dadurch, variiert die Schalleistung nur bei wenigen Eigenfrequenzen um $1 - 2 \text{ dB}$. Mit steigender Frequenz nehmen die Unterschiede, wie bei den σ -Verläufen, ab.

Durch den Einfluss der in der Realität wirkenden hohen inhomogenen Dämpfung werden die Auslenkungen der gedämpften Platten stark reduziert. Somit werden auch die Peaks im Schalleistungsspektrum wesentlich geringer ausfallen. Der Effekt durch die komplexen Moden auf die tatsächlich abgestrahlte Schalleistung bei den hier betrachteten Plattenstrukturen kann daher als vernachlässigbar gering eingeschätzt werden.

Diese Annahme soll jedoch keinesfalls generelle Gültigkeit besitzen. Die Gefahr, dass sich die Schalleistung trotz Dämpfungsdefinition erhöht, ist nicht ausgeschlossen. Dieser Fall kann insbesondere dann eintreten, wenn es sich um schwere, weiche Plattenstrukturen mit geringer Plattendicke und kleinen Abmessungen handelt. Die geringe Masse sowie Steifigkeit haben tief liegende Eigenfrequenzen zur Folge. Darüber hinaus sind durch die kleinen Abmessungen die Wellenlängen der Moden klein, was zu einem großen Abstand zur Koinzidenz führt.

4.8 Zusammenfassung in Hinblick auf die Experimente

Dieser Abschnitt soll dazu dienen, die Kernaussagen der bisherigen numerischen Analyse zusammenzufassen. Hierzu werden diese als Thesen formuliert, welche anschließend experimentell untersucht werden sollen. Es gelten jeweils für komplex schwingende Plattenstrukturen im Vergleich mit den reellen, folgende noch zu prüfende Aussagen:

1. Bei inhomogener Dämpfungserhöhung erhöht sich die Komplexität bzw. der Anteil an laufenden Wellen.
2. Bei geraden Moden vergrößert sich der Abstrahlgrad im unteren Frequenzbereich, wobei der Effekt mit steigender Frequenz abnimmt.
3. Bei ungeraden Moden verringert sich der Abstrahlgrad im unteren Frequenzbereich um einen konstanten Faktor über einen weiten Frequenzbereich. Der Effekt fällt jedoch wesentlich geringer aus als bei den geraden Moden.
4. Die Platten strahlen stärker in Richtung der Dämpfung ab (Neigung der Druckkeulen). Darüber hinaus verschmelzen sie in Laufrichtung der Wellen miteinander, sodass Quadrupole zu Dipolen und Dipol- zu Monopolstrahlern werden.
5. Es kommt zu einer Umordnung der Quellen und Senken bei der Intensitätsverteilung im unteren Frequenzbereich. Die Dämpfungsbereiche der Platten fungieren hauptsächlich als Senken. Der restliche Bereich der Platte dient als Intensitätsquelle, wobei sich die Maximalwerte um ein Vielfaches vergrößern.
6. Mit steigender Komplexität verstärken sich die zuvor genannten Effekte. Des Weiteren ist eine Abnahme der Effekte mit steigender Frequenz bis zu Koinzidenzfrequenz zu beobachten.
7. Die punktsymmetrische Dämpfungskonfiguration bewirkt tendenziell die höchste Komplexität der Moden, was in den akustischen Veränderungen deutlich wird. Ihr gegenüber kommt die zweifach symmetrische Anordnung dem Verhalten der homogen bedämpften Platte am nächsten. Die einfach symmetrische und unsymmetrische Plattendämpfung sind kritischer zu betrachten, wohingegen die unsymmetrische aufgrund der „zweifachen Komplexität“ stärkere Differenzen im Vergleich zur einfach symmetrischen verursacht.

Als Gründe der akustischen Phänomene werden zwei Effekte vermutet, die infolge der laufenden Wellen verursacht werden:

- I. Störung des akustischen Kurzschlusses in jeder Eigenform
- II. Veränderung der Volumenverschiebung:
 - Vergrößerung bei geraden Moden
 - Verringerung bei ungeraden Moden

Diese verstärken sich bei geraden Moden. Das heißt, der Druckausgleich zwischen den Druckminima und -maxima wird gestört und gleichzeitig strahlen, infolge der vergrößerten Volumenverschiebung, mehr Bereiche der Platte Schall ab. Bei den ungeraden Eigenformen wirken sie genau entgegengesetzt, woraus ein wesentlich schwächerer Effekt in den Schallgrößen erkennbar wird. Im Hinblick auf die Experimente kann Folgendes festgehalten werden: Bei der akustischen Charakterisierung ist die Unterteilung in gerade und ungerade Moden sinnvoll. In der jeweiligen Gruppe sind eindeutige Parallelen in den Effekten zu erkennen.

5 Experimentelle Untersuchung

In diesem Kapitel werden die experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit detailliert beschrieben. Hierzu werden zu Beginn die wichtigsten theoretischen Annahmen einer experimentellen Modalanalyse geklärt. Anschließend wird der Aufbau und die verwendeten Messsysteme sowie die Auswertesoftware der Versuche näher beleuchtet. Die angewandte Methodik der Experimente soll im Vorfeld validiert werden, ehe sie zur Anwendung kommt. Abschließend folgt die Diskussion anhand ausgewählter Ergebnisse.

Der experimentelle Ablauf folgt jeweils dem gleichen Schema. Wie in Kapitel 4 werden die Plattenkonfigurationen der Abb. 3-1 untersucht. Jede der Platten wird in einem ersten Schritt breitbandig angeregt. Anschließend wird mit der ermittelten Schnelleverteilung auf der Oberfläche eine Modalanalyse durchgeführt. Mit Kenntnis der modalen Parameter besteht das Ziel darin, verschiedene Eigenformen phasenrein anzuregen. Diese sollen wiederum optisch und akustisch vermessen werden. Die Auswertung der Daten erfolgt über verschiedene MATLAB-Skripte.

5.1 Prinzip der Experimentellen Modalanalyse

Die Modalanalyse ist ein Verfahren zur Charakterisierung eines reellen Schwingungsproblems mit Hilfe der modalen Parameter (Eigenfrequenzen, Eigenvektoren, modale Dämpfung) eines Systems. Aus ihnen wird ein Modalmodell aufgebaut, welches das spezifische Verhalten einer Struktur beschreibt. Auf diese Weise können Strukturen verglichen und das Schwingverhalten des Systems vorausgesagt werden. Des Weiteren ermöglicht es tiefer gehende Analysen anhand des Modells ohne eine aufwändige messtechnische Untersuchung am Realsystem und zeitintensive numerische FE-Analysen mit voller Freiheitsgradanzahl [22].

Die Modalparameter können über ein numerisches Modell oder direkt an der realen Struktur ermittelt werden. Die experimentelle Bestimmung der Parameter, auch *Experimentelle Modalanalyse* genannt, ist die meist genutzte Methode und dient oft der Validierung des numerischen Modells. Infolgedessen wird sie hier noch einmal detaillierter betrachtet. Sie setzt, wie die Modalanalyse im Allgemeinen, ein *lineares zeitinvariantes System* voraus. Damit müssen folgende Annahmen für die zu untersuchende Struktur gelten [22]:

- **Superpositionsprinzip** (Gesamtantwort des Systems infolge mehrerer Erregersignale, ist gleich der Summe der Antworten infolge jedes einzelnen Erregersignals)
- **Additivität** (Änderung des Eingangssignals um den Faktor k hat zur Folge, dass sich auch das Ausgangssignal um den Faktor k ändert)
- **Reziprozität** (Ort der Anregung und der Antwort können vertauscht werden, ohne dass sich das Übertragungsverhalten ändert)
- **Kausalität** (Systemantwort wird immer vom Erregersignal hervorgerufen, daher keine Antwort ohne Erregung)

- **Stabilität** (Schwingung klingt ab sobald Erregung stoppt - stabiles System)
- **Zeitinvarianz** (Schwingungsverhalten zeitlich konstant) .

Das reale System wird modellhaft in einzelne Einmassenschwinger (Masse, Feder, Dämpfer) zerlegt, welche die Freiheitsgrade der Realstruktur darstellen. Sie bilden die Eigenformen der Struktur nach. Durch Superposition aller Moden kann das Gesamtverhalten abgebildet werden. Aufgrund der Orthogonalitätsbeziehung (Unabhängigkeit) [22]

$$\int_A m'' \Phi_q(x, y) \Phi_r(x, y) dx dy = 0 \quad \forall q \neq r \quad (5-1)$$

zwischen den Eigenformen Φ können sie mit Hilfe unabhängiger Differentialgleichungen (DGL) beschrieben werden. Diese Annahme gilt allerdings nur für abgeschlossene Systeme, d.h. wenn beispielsweise ideal freie oder starre Ränder vorliegen. Das A beschreibt in Gl. 5-1 die betrachtete Fläche und m'' die ortsabhängige Flächenmasse [22]. Das Integral definiert eine Summe unendlich vieler Punkte auf der Struktur. Im Experiment ist selbstverständlich nur eine begrenzte Feinheit der Diskretisierung möglich. Ein Beispiel soll die Abb. 5-1 zeigen.

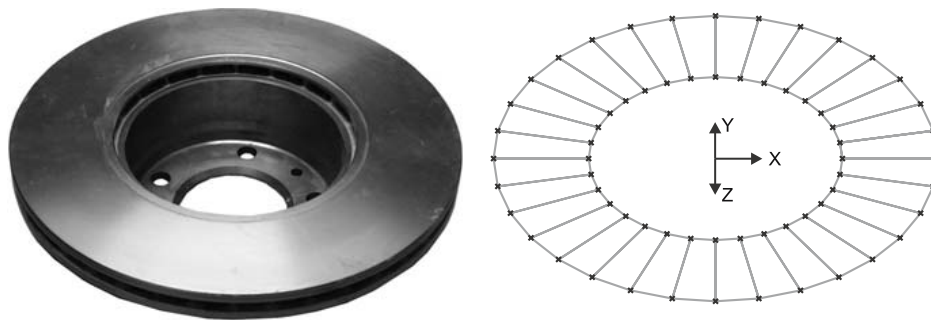


Abb. 5-1: Beispiel eines Messpunktrasters (rechts) für ein reales Bauteil (links) [18]

An den Messpunkten wird in den meisten Fällen mit Hilfe von Beschleunigungssensoren oder einem Laser-Vibrometer die Beschleunigung bzw. Geschwindigkeit im Zeitbereich ermittelt. Mit Hilfe einer Auswertesoftware kann aus diesem Datensatz mittels Fouriertransformation wiederum das Übertragungsverhalten im Frequenzbereich berechnet werden. Durch Mittelung der verarbeiteten Daten des Punkterasters wird schließlich das Schwingungsverhalten der Gesamtstruktur bestimmt. Die Ergebnisse sind infolge der begrenzten Messpunkte eine Näherung und besitzen nur in gewissen Grenzen Gültigkeit. Die Auflösung muss daher auf die Gegebenheiten des untersuchten Bauteils und den gewünschten Ergebnisbereich angepasst werden. Von *Kollmann* [18] wird empfohlen, fünf Messpunkte pro Biegewellenlänge der betrachteten Struktur nicht zu unterschreiten. Der Maximalabstand s kann somit wie folgt abgeschätzt werden [18]:

$$s \approx \frac{\lambda_B}{5} \quad . \quad (5-2)$$

Da die Biegewellen einer Struktur den maßgeblichen Anteil an der Schallabstrahlung verursachen, werden diese als Referenz gewählt. Als Folge der genannten Forderung Gl. 5-2 sollte vor

den Messungen festgelegt werden, welcher Frequenzbereich von Interesse ist. Das Ziel ist es, ausreichend genaue Ergebnisse zu gewinnen, aber dennoch den Aufwand der Messung sowie der anschließenden Auswertung möglichst gering zu halten. Als oberer Orientierungswert soll die Koinzidenzfrequenz dienen, da ein Effekt der komplexen Moden auf die Schallabstrahlung nur unterhalb dieser zu erwarten ist (vgl. Kapitel 2.5). Die untere Grenze des Frequenzbereichs wird durch den experimentellen Aufbau begrenzt. Diese soll möglichst tief liegen. Mit kleiner werdender Frequenz und damit größer werdender Wellenlänge liegen jedoch keine Freifeldbedingungen mehr vor und es kann zu akustischen Kurzschlüssen am Versuchsaufbau kommen, die das Ergebnis beeinflussen (vgl. Kapitel 5.2.1).

Nicht nur die Diskretisierung hat wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der Ergebnisse. Darüber hinaus ist eine korrekte Anregung des Schwingensystems von enormer Bedeutung. Die Anregungspunkte des Systems sollten jeweils so gewählt werden, dass alle Eigenformen des Schwingensystems angeregt werden, d.h. sie sollten möglichst auf keiner Knotenlinie einer Eigenform liegen. Nur dies ermöglicht eine anschließende korrekte Modalanalyse. Des Weiteren sollte die Energieeinleitung in das System entsprechend geregelt sein. Zum einen muss genügend Energie im betrachteten Frequenzbereich eingeleitet werden, um einen Effekt messen zu können, zum anderen haben zu große Kraftamplituden zur Folge, dass die Linearität des Systems verletzt werden kann [18].

5.2 Methodik und Aufbau der Versuche

Die nachfolgenden Abschnitte dienen der ausführlichen Beschreibung des experimentellen Aufbaus und der Methodik der Experimente. Die einzelnen Schritte und Annahmen werden jeweils begründet und bewertet.

5.2.1 Versuchsstand

Für die experimentellen Versuche wird ein vorhandener Plattenversuchsstand vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) genutzt (s. Abb. 5-2). Es handelt sich dabei um einen aus item[©]-Profilen aufgebauten Aluminiumrahmen, in welchem Platten der Größe $720 \times 1017 \text{ mm}$ eingespannt werden können. Zur Realisierung der festen Einspannung ist ein zusätzlicher zweigeteilter Stahlrahmen montiert, zwischen welchem die Platte mit Hilfe von 48 Schrauben allseitig fest eingespannt werden kann (s. Abb. 5-2). Abzüglich der eingespannten Ränder ergibt sich eine Fläche von genau $600 \times 900 \text{ mm}$.

Zur Realisierung von Freifeldbedingungen finden die Versuche im reflektionsarmen Raum des DLR statt. Dieser ist, wie im Hintergrund der Abb. 5-2 deutlich erkennbar, mit schallabsorbierenden Keilen an den Wänden und der Decke verkleidet. Diese ermöglichen eine Schallabsorption bis zu einer Grenzfrequenz von 150 Hz . Die Einflüsse infolge des schallharten Bodens werden durch die Höhe des Versuchsstandes von $1,1 \text{ m}$ von der untersten Kante minimiert. Das in der Abb. 5-2 ebenfalls zu erkennende rote Fadengitter wird für die Intensitätskartierung verwendet. Es dient dabei als Orientierungshilfe, wird jedoch bei anderen Messungen entfernt.

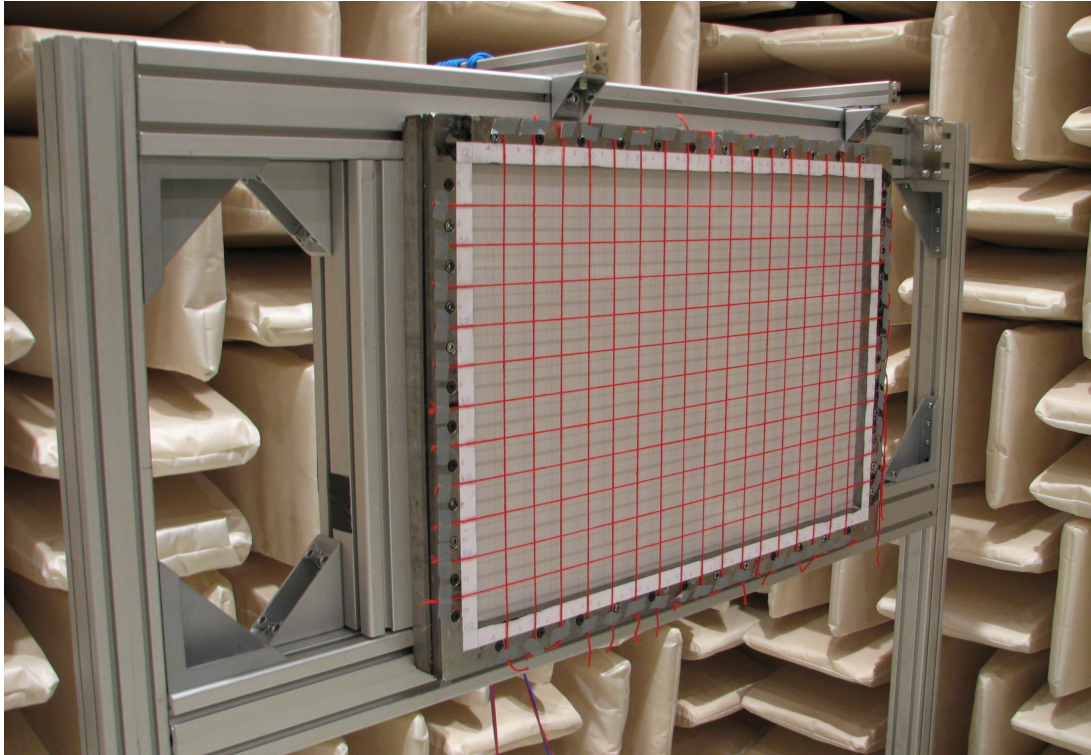


Abb. 5-2: Versuchsstand des DLR im reflektionsarmen Raum

5.2.2 Plattenaufbau und Dämpfungsdefinition

Als Plattenmaterial für die Experimente wird CFK gewählt. Dieser wird häufig für neue Leichtbaulösungen verwendet und zur zusätzlichen Gewichtersparnis inhomogen gedämpft. Darüber hinaus lassen sich dämpfende Zwischenschichten direkt integrieren. Bei den hier verwendeten Platten werden Elastomerschichten zwischen mehreren Lagen CFK eingebettet. Hierdurch kann eine hohe Dämpfungswirkung erreicht werden. Der Wirkmechanismus der viskoelastischen Dämpfungsschicht beruht auf Schubspannungen zwischen der Grundstruktur und dem Elastomer. Bei Biegebeanspruchungen nimmt die Schubspannung zur Mitte hin zu und besitzt in der neutralen Faser ihr Maximum. Hier wirkt die Dämpfungsschicht am effektivsten. Die Abb. 5-3 zeigt den Aufbau als Prinzipskizze (links) und an der realen Struktur (rechts).

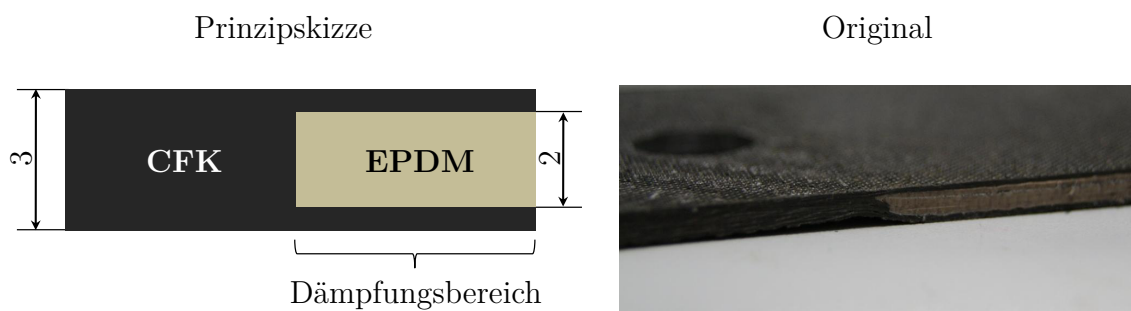


Abb. 5-3: Dämpfungsdefinition der CFK-Platten mittels eingebettetem EPDM (Ausschnitt), Angaben in [mm]

Der Bereich ohne Dämpfung wird aus 15 Lagen unidirektionalem Fasergewebe ($0^\circ/90^\circ$, Körperbindung) aufgebaut. Dies ergibt eine Plattendicke von 3 mm . Als Fasertyp kommt *M40J* zum Einsatz, welche eine oft verwendete Hochmodulfaser im Flugzeugbau darstellt [30]. Die dämpfende Elastomerschicht wird durch vier Lagen *Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk* (EPDM) realisiert. Diese ergibt eine Dicke von etwa 2 mm , sodass darüber und darunter noch jeweils drei Schichten CFK gelegt werden. Die Anisotropie des Plattenmaterials soll mit Hilfe des gleichmäßigen Lagenaufbaus weitestgehend minimiert werden. Der Grund für die Wahl dieses Materials liegt ausschließlich in der Möglichkeit einer integrierten Dämpfung. Der Einfluss auf das phänomenologische Verhalten wird indes als verschwindend gering erachtet. Mögliche Effekte infolge des nicht homogenen Materialverhaltens sollten dennoch in die Bewertung der Ergebnisse mit eingehen. Eine Übersicht der gelochten CFK-Platten mit dem jeweiligen Dämpfungsbereich (grau) sind in der Abb. 5-4 schematisch dargestellt.

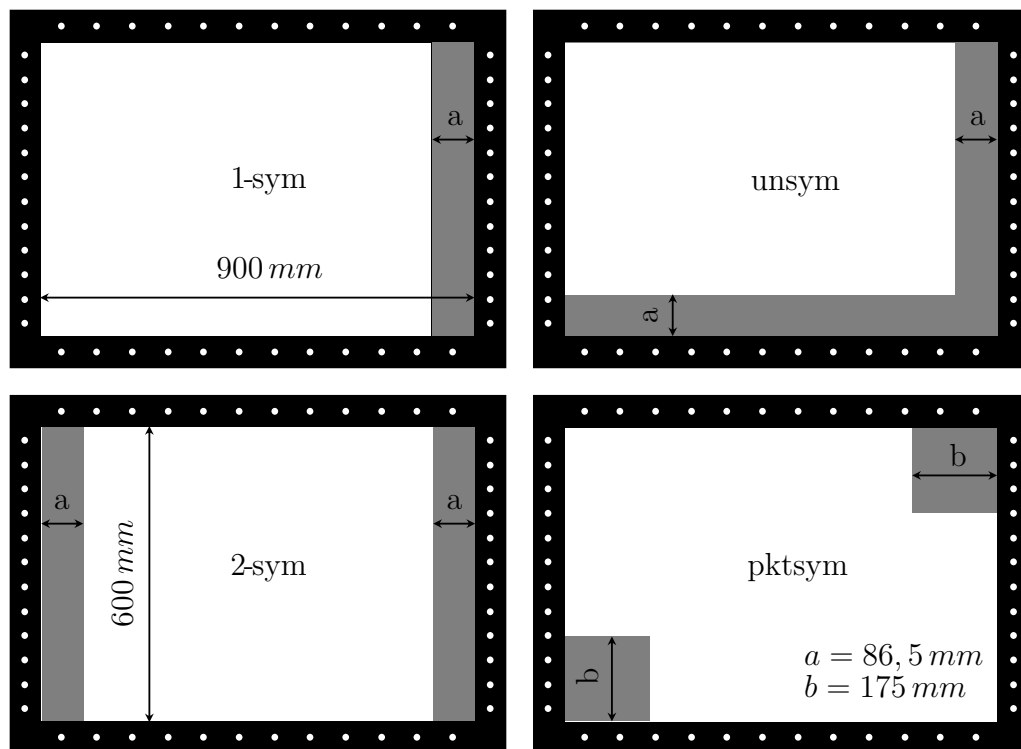


Abb. 5-4: Schematische Übersicht der experimentell untersuchten inhomogen gedämpften Platten

In Kapitel 3 wurde bereits kurz diskutiert, warum diese vier Dämpfungskonfigurationen gewählt werden. Zum einen sollte jeweils eine Konfiguration aus jeder Symmetriegruppe untersucht werden, zum anderen sollte die Dämpfungsplatzierung möglichst effektiv sein. Die in Abb. 5-4 dargestellten Dämpfungsvarianten eignen sich daher gut, weil ihr Dämpfungsbereich möglichst weit am Rand definiert ist. Hier sind bei der fest eingespannten Platte die größten Biegewinkel zu erwarten, demzufolge auch der größte Effekt durch die Dämpfung. Die Maße der Dämpfungsbereiche ergeben sich aus zweierlei Hinsicht. Die Dämpfungsflächen dürfen nicht zu groß gewählt werden, da sonst die Eigenformen in ihrer ursprünglichen Schwingform zu stark beeinflusst wer-

den. Zudem kann es zu einer hohen Dämpfungskopplung führen, was schwer trennbare Moden zur Folge hat. Der andere Punkt ist wirtschaftlicher Natur. Mit der Wahl dieser Maße kann die Dämpfung möglichst materialsparend definiert werden.

Für die optischen Messverfahren ist es notwendig, die Oberfläche der Platten speziell zu präparieren. Infolge des schwarzen Fasermaterials wird zu viel Licht absorbiert. Dem soll eine dünne Reflektionsfolie, die auf den zu vermessenden Bereich der Platte geklebt wird, entgegenwirken.

Die ersten Experimente haben gezeigt, dass das eingebettete EPDM nicht genügend Komplexität erzeugt. Um den Effekt noch zu verstärken, wurde eine Zusatzdämpfung mit Hilfe des *Constrained-layer Dampings* (CLD) der Firma 3M auf die Platten appliziert. Hierbei handelt es sich um eine $0,38\text{ mm}$ dicke Aluminiumfolie, die mit einem viskoelastischen Acryl-Polymer beschichtet ist. Für weitere Details sei auf das Technische Datenblatt [1] verwiesen. Der Wirkmechanismus ist der gleiche. Infolge der Schubdeformation des Polymers zwischen dem wesentlich steiferen Grundmaterial und der Trägerschicht wird die Schwingungsenergie in Wärme umgewandelt und die Struktur somit gedämpft. Es werden insgesamt vier Dämpfungsfolien beidseitig, mit den gleichen Abmaßen wie in Abb. 5-4 angegeben, von außen auf die Platten geklebt. Die Abb. 5-5 zeigt die mit CLD und Reflektionsfolie beklebte punktsymmetrisch gedämpfte Platte.

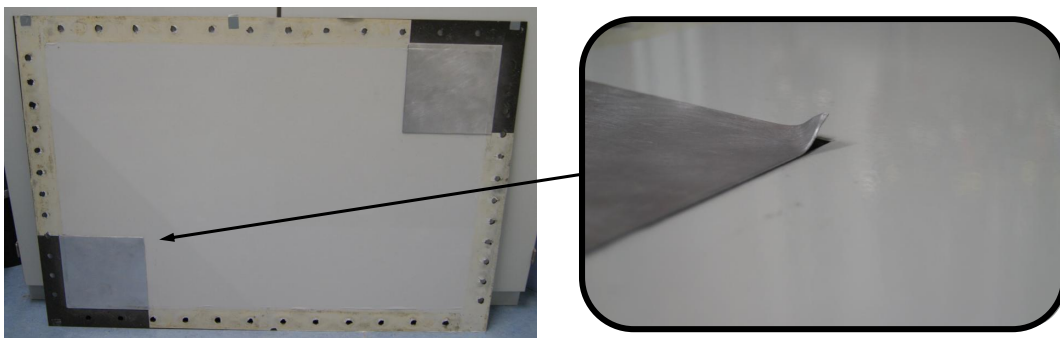


Abb. 5-5: Platte **pktsym** mit CLD und Reflektionsfolie

Die experimentellen Ergebnisse bestätigen die Vermutung der steigenden Komplexität mit zunehmender Dämpfung. Durch zusätzliche Dämpfungsschichten erhöhen sich die laufenden Wellenanteile, dementsprechend auch die Komplexität der Platten. Diese Tatsache bestärkt die 1. These (vgl. Kapitel 4.8).

5.2.3 Messsysteme und -methoden

Für die in Kapitel 2.4 beschriebene Methode zur Berechnung der akustischen Größen sowie der experimentellen Modalanalyse ist es notwendig, die diskrete Schnelleverteilung auf der Oberfläche der Platten zu kennen. Hierzu wird ein Laser-Scanning-Vibrometer (LSV) der Firma *Polytec* verwendet. Dieses basiert auf der Laser-Doppler-Vibrometrie, d.h. der Interferenz zwischen ausgesandtem und reflektiertem Laserstrahl. Hieraus lassen sich Rückschlüsse auf die Oberflächen-schnelle ziehen. Mittels eines beweglichen Spiegels im Scankopf des LSV kann zudem ein vorher

definiertes Punkteraster vermessen werden (siehe hierzu auch Kapitel 5.2.4). Aus den Zeitdaten der diskreten Punkte ermittelt die Software über eine Fouriertransformation das Frequenzspektrum jeden Punktes. In der Abb. 5-6 (a) wird das verwendete Laser-Scanning-Vibrometer *PSV-400* gezeigt.



(a) LSV von Polytec [12]



(b) Intensitätssonde von Brüel & Kjær

Abb. 5-6: Verwendete optische und akustische Messsysteme

Zur Schwingungsanregung der Platten werden Shaker⁵ an einer Traverse des Versuchsstandes mit Hilfe von Gummispannern abgehängt und über einen Frequenzgenerator oder direkt über das LSV angesteuert. Die Abb. 5-7 zeigt den beispielhaften Aufbau mit zwei Shakern. Die Kopplung zur Plattenstruktur findet über einen geklebten Anregungsnippel statt, an dem das Verbindungsstück zum Shaker angeschraubt werden kann. Die Referenzsignale werden bei Ansteuerung über das LSV mittels Kraftmessdose bestimmt. Bei der Mehrpunktanregung mit Hilfe externer Frequenzgeneratoren werden diese über einen Beschleunigungssensor ermittelt.

Für die Modalanalyse werden die einzelnen Plattenkonfigurationen an einem Punkt mit irrationalen Koordinaten angeregt. Grund hierfür ist, dass der Anregungspunkt nicht auf der Knotenlinie einer Eigenform liegen darf. Es sollten möglichst alle Moden im interessierenden Frequenzbereich angeregt werden. Die folgende Abb. 5-8 visualisiert den irrationalen Anregungspunkt und die Lage der Knotenlinien bis zu einer Anzahl von sechs Schwingungsbäuchen in jede Richtung. Zur Berechnung der Punktkoordinaten wurden die Abmessungen der Platte durch die irrationale Zahl $\sqrt{2}$ geteilt.

Für eine breitbandige Anregung wird der Shaker mit einem *Pseudo-Random*⁶ Signal angesteuert. Nach dem Vermessen der Schnelleverteilung werden zusätzliche akustische Messungen mit Hilfe einer Schallintensitätsmesssonde der Firma *Brüel & Kjær* durchgeführt (s. Abb. 5-6 (b)). Diese basiert auf dem Zwei-Mikrofon-Verfahren. Hierbei wird die Schnelle an einem beliebigen Punkt mit Hilfe des Druckgradienten zwischen zwei Mikrofonen bei definiertem Abstand bestimmt. Die Intensität wird dann aus der näherungsweise ermittelten Schnelle und dem gemessenen Druck an den Mikrofonen berechnet [18].

⁵Anregung mit einem Shaker für Modalanalyse; Anregung der Schwingformen mit zwei Shakern

⁶konstante Amplitude mit stochastischem Phasenwinkel [18]

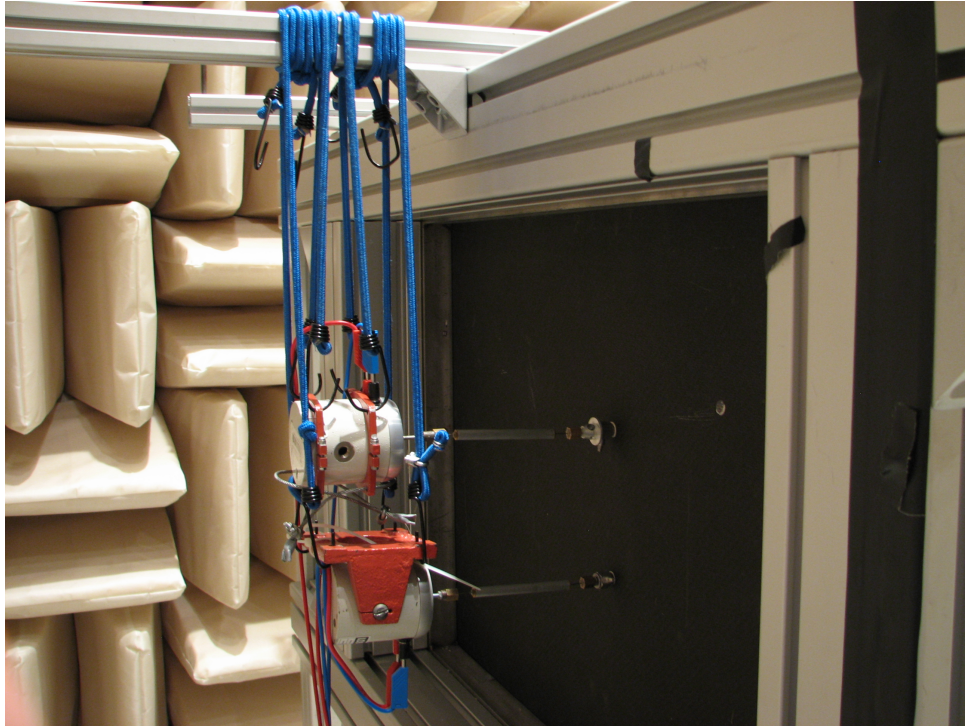


Abb. 5-7: Realisierung der Schwingungsanregung mittels Shaker

Zur Bestimmung der mittleren Intensität wird die nach DIN EN ISO 9614-2 vorgeschlagene kontinuierliche Abtastung angewandt [8]. Darüber hinaus werden mit Hilfe von Mikrofonen Druckmessungen an verschiedenen Punkten vor der Platte durchgeführt. Die so ermittelten Daten dienen zur Validierung der zugrunde gelegten Berechnungsmethoden (siehe Kapitel 5.3).

5.2.4 Diskretisierung des Messpunkterasters

Wie bereits erwähnt, wird ein Laser-Scanning-Vibrometer zur Vermessung der Platten verwendet. Hierzu muss ein Messpunktgitter optisch über die zu vermessende Plattenfläche gelegt werden. Die richtige Diskretisierung dieses Rasters ist, wie schon in Kapitel 5.1 beschrieben, entscheidend für die Genauigkeit der experimentellen Ergebnisse.

Zur Berechnung des maximalen Abstandes zwischen den Messpunkten wird die Gl. 5-2 verwendet. Hierzu muss zuerst die minimale Biegewellenlänge der Rechteckplatte bei maximal interessierender Frequenz mit Hilfe der Formel Gl. 2-4 berechnet werden. Hierin sind noch die Biegesteifigkeit B der Platte sowie die maximale Kreisfrequenz ω unbekannt. Die gemittelte Dichte der Kohlefaserplatten beträgt $\rho = 1469 \text{ kg/m}^3$. Die Biegesteifigkeit der Rechteckplatte lässt sich näherungsweise über Gl. 2-8 bestimmen. Der unbekannte E-Modul E des CFK-Laminats sowie die Querkontraktion ν können nur grob abgeschätzt werden, da experimentelle Untersuchungen zu aufwändig wären.

Hierzu wird sich der klassischen Laminattheorie sowie der Mischungsregel von Faserkunststoffverbunden bedient [28]. Als Hilfsmittel wird das Programmsystem *eLamX 2.2* der Technischen Universität Dresden zur Berechnung der Ingenieurkonstanten des CFK-Verbundes verwendet

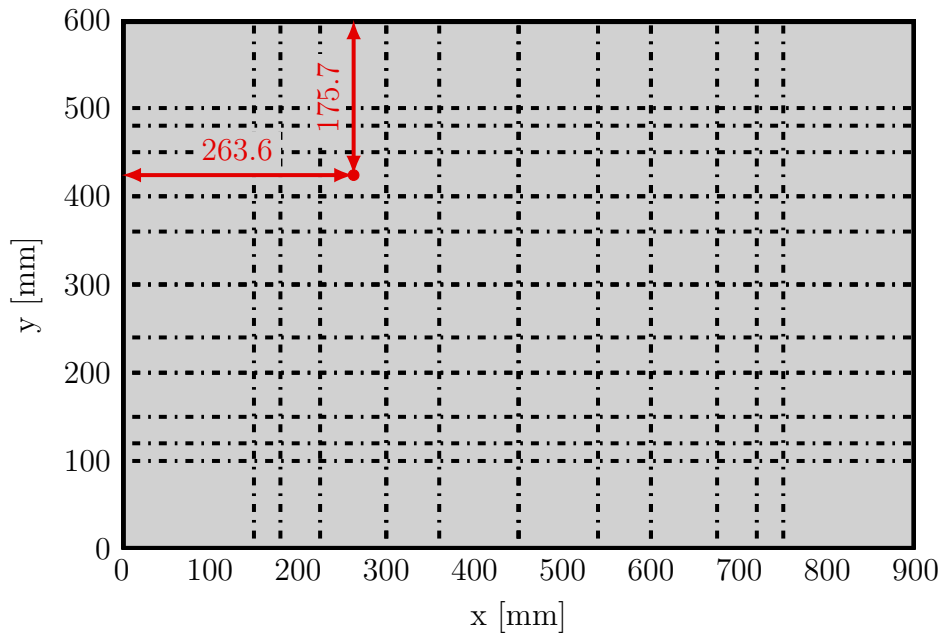


Abb. 5-8: Visualisierung des irrationalen Anregungspunktes und den Knotenlinien bis zur Ordnungszahl 6

[14]. Leider können nicht alle nötigen Materialdaten für das verwendete CFK-Gewebe ermittelt werden, sodass die fehlenden Werte durch vergleichbare Literaturwerte ersetzt werden.

Werden nun die vorher berechneten Werte in die mathematische Beziehung Gl. 2-16 zur Abschätzung der Koinzidenzfrequenz eingesetzt, so ergibt sich ein Frequenz von 2638 Hz . Dieser Werte entspricht in etwa der Größenordnung die auch *Monner* [21] als Orientierungswert für die Koinzidenzfrequenz in 3 mm dicken CFK-Platten angibt (2693 Hz) und kann infolgedessen als realistisch eingeschätzt werden. Da es sich hier nur um eine sehr grobe Näherung handelt und zur Sicherheit auch ein kurzer Bereich oberhalb der Koinzidenzfrequenz betrachtet werden soll, wird der obere Grenzwert des interessierenden Frequenzbereichs mit $f_{max} = 3500 \text{ Hz}$ festgelegt. Wird die Kreisfrequenz ω in Gl. 2-4 durch $2\pi f_{max}$ ersetzt und die berechnete Plattenbiegesteifigkeit B der hier untersuchten CFK-Platten eingesetzt, lässt sich die minimale Biegewellenlänge $\lambda_{B,min}$ ermitteln. Mit ihr ergibt sich schließlich aus Gl. 5-2 der Maximalabstand der Messpunkte mit $s \approx 22,4 \text{ mm}$. Hieraus kann mit den geometrischen Abmessungen der Plattenstrukturen von $600 \times 900 \text{ mm}$ eine Messpunktauflösung von 27×41 berechnet werden. Die Abb. 5-9 veranschaulicht das verwendete Punkteraster. Es ergeben sich insgesamt 1107 Messpunkte.

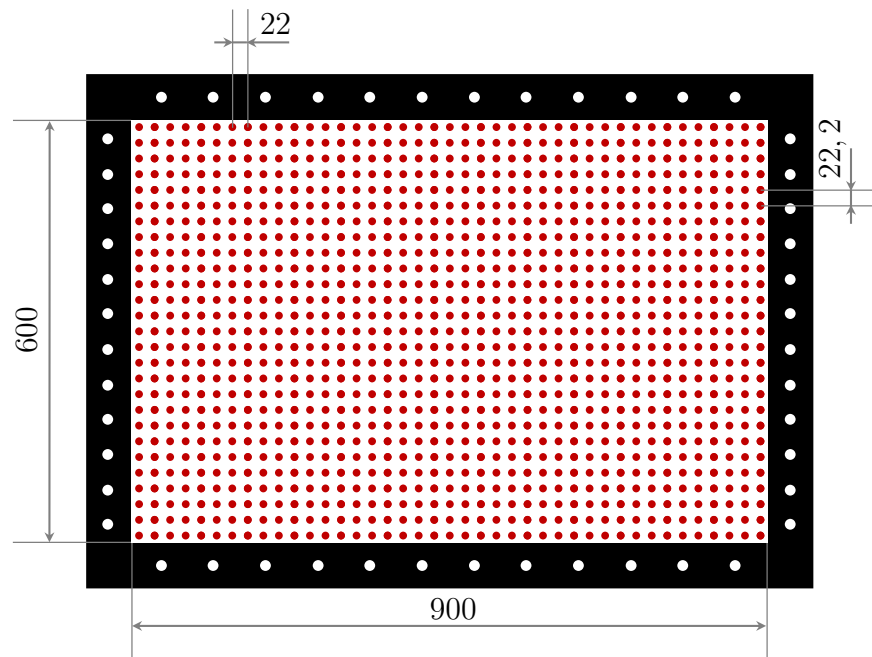


Abb. 5-9: Veranschaulichung des verwendeten Punkterasters (rot), Angaben in [mm]

5.2.5 Experimentelle Modalanalyse mit X-Modal III

Mit den experimentell ermittelten Frequenzspektren der Platten kann im Anschluss eine Modalanalyse durchgeführt werden. Hierzu wird das Programm *XModal III* der Universität von Cincinnati (Ohio, USA) verwendet. Die Daten des LSV werden über eine UFF-Datei⁷ in das auf MATLAB-basierende Programmsystem importiert. Hier kann zwischen verschiedenen Polynomansätzen (UMPA⁸) zur Extraktion der modalen Parameter gewählt werden. Es stehen mehrere Zeit- und Frequenzbereichsverfahren zur Verfügung. Das RFP⁹-Z Verfahren liefert bei den in dieser Arbeit analysierten Datensätzen die besten Ergebnisse. Hierbei handelt es sich um ein Z-Bereichsverfahren, das sich zur Analyse kurzer Frequenzbänder mit hoher modaler Dichte eignet. Es beruht auf der Z-Transformation, welche, analog zur Laplace-Transformation für kontinuierliche Zeitdaten, diskrete Zeitsignale in den Frequenzbereich umwandelt [26]. Für ausführlichere Informationen sei auf [2] verwiesen.

Eine eindeutige Interpretation der Eigenformen ist aufgrund der hohen Dämpfung im System nur schwer möglich. Der Frequenzabstand zu benachbarten Eigenformen ist nicht groß genug, als dass eine einzige Eigenform dominiert. Die hohe modale Kopplung ist auch im Frequenzgang (Ausschnitt bis 500 Hz) der einfach symmetrischen Dämpfungskonfiguration in der Abb. 5-10 zu erkennen. Sie zeigt das Konsistenzdiagramm, das mit Hilfe der MPE¹⁰-Toolbox in *X-Modal III* erstellt wurde. Die farbigen Symbole repräsentieren die unterschiedliche Wahrscheinlichkeit, dass bei der jeweiligen Frequenz eine Mode liegt. Dazu sind an der linken Seite die Iterations-

⁷Universal-File Format

⁸Unified Matrix Polynomial Approach

⁹Rational Fraction Polynomial

¹⁰Modal Parameter Estimation

schritte aufgetragen. Je häufiger ein Eigenvektor (blaues Symbol) bei einer Frequenz gefunden werden kann, desto wahrscheinlicher ist es, dass dies auch eine Eigenfrequenz des Systems ist. Es wird deutlich, dass im unteren Frequenzbereich, bei denen die Peaks klarer separiert sind, Eigenvektoren in fast jedem Iterationsschritt gefunden werden können. Mit steigender Frequenz nimmt die modale Kopplung zu und die Peaks grenzen sich immer schlechter von einander ab. Folglich werden nur noch wenige Eigenvektoren gefunden.

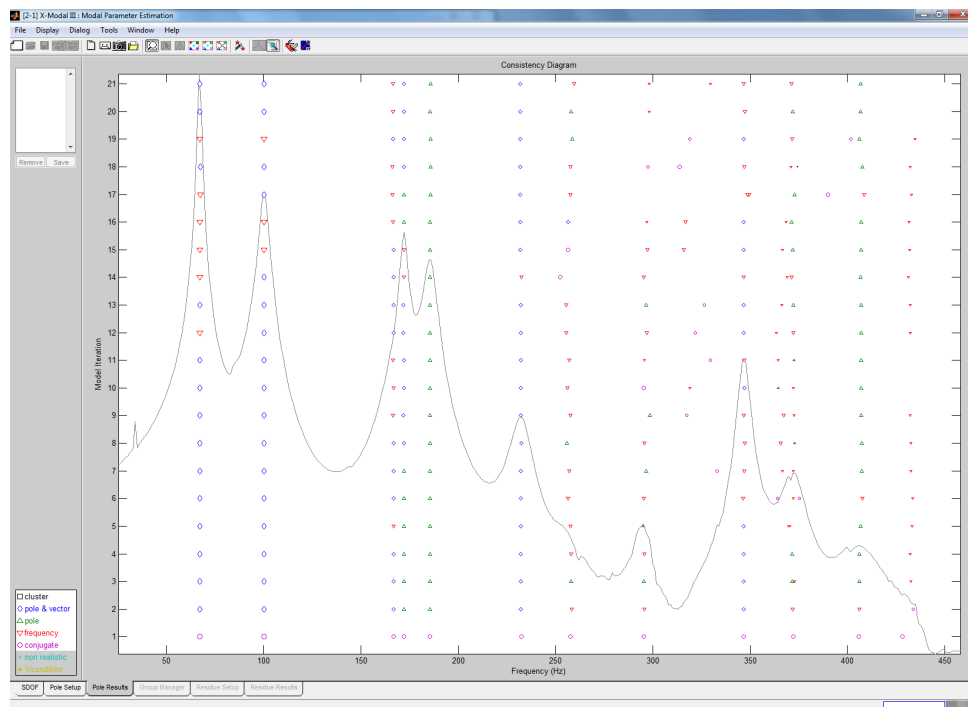


Abb. 5-10: Konsistenzdiagramm der MPE-Toolbox in *X-Modal III* (1-sym)

Nicht nur die Interpretation der Eigenformen erweist sich als schwierig, auch sind die extrahierten Daten der Moden wenig komplex. Das zeigt beispielhaft der Phasengang der 3x2 Mode aus den *X-Modal III*-Daten (s. Abb. 5-11). Es gibt nur sehr wenige Bereiche, die eine Phasenlage verschieden von 0° und 180° annehmen (schwach ausgebildete Rampenbereiche (vgl. Kapitel 4.2)). Überdies zeigen die Indikatoren $MCI = 0,04$ und $e_x = 0,14$ eine schwache Komplexität.

Ziel ist es allerdings, eine hohe Komplexität zu erzeugen, um akustische Effekte experimentell deutlich zu machen. Es wird daher entschieden, die Betriebsschwingformen der Platte anzuregen und direkt die LSV-Daten (Schnelleverteilung der Oberfläche) für die weiteren akustischen Berechnungen zu verwenden. Die Eigenformen, die dadurch näherungsweise abgebildet werden sollen, werden so ausgewählt, dass sie eine möglichst schwache Kopplung zu benachbarten Moden aufweisen. Sie sollen in der Resonanzfrequenz möglichst dominant schwingen. Die Modalanalyse mit *X-Modal III* dient damit nur zur Suche der Eigenfrequenzen. In Abb. 5-12 ist zum Vergleich mit dem *X-Modal III*-Datensatz der extrahierten Eigenform (s. Abb. 5-11) der Phasenverlauf der Betriebsschwingform dargestellt. Diese zeigt eine wesentlich höhere Komplexität ($MCI = 0,15$; $e_x = 0,30$) und ähnelt dem numerisch ermittelten Verlauf einer 3x2 Mode, bei der einfach symmetrisch gedämpften Platte (s. Abb. 4-5) sehr stark. Die Rampenbereiche sind in der dreidimensionalen Darstellung gut zu erkennen.

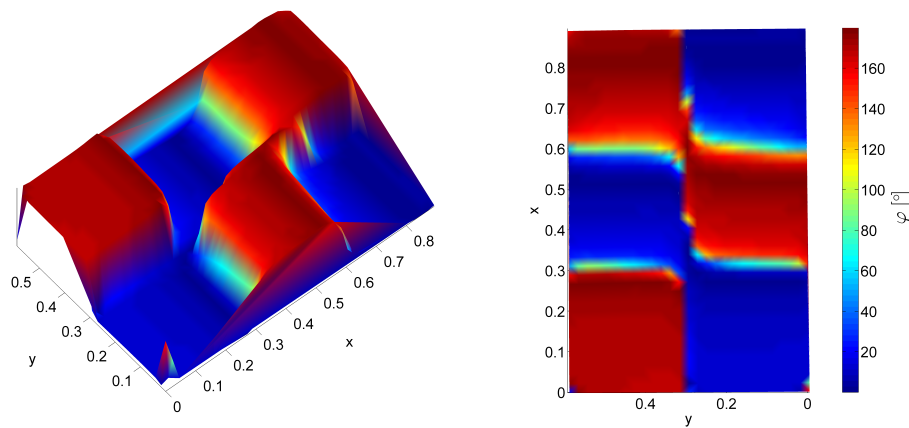


Abb. 5-11: Phasengang der 3x2 Eigenform (**1-sym**, *X-Modal III* Datensatz; $MCI = 0,04$; $e_x = 0,14$)

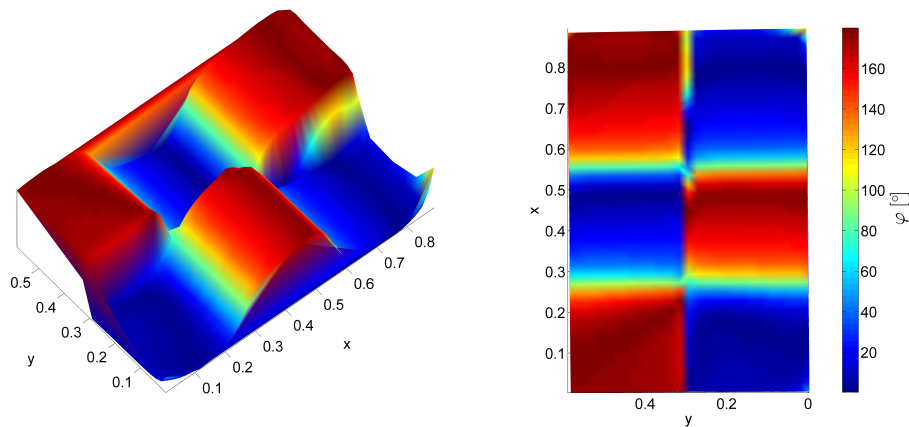


Abb. 5-12: Phasengang der 3x2 Schwingform (**1-sym**, Experiment; $MCI = 0,15$; $e_x = 0,30$)

Für die praktische Umsetzung der Betriebsformanregung wird versucht, die Platten mit zwei Shakern (Mehrpointanregung) in ihren Eigenfrequenzen sinusförmig anzuregen. Die Schwierigkeit besteht darin, die komplexe Schwingform möglichst wenig in ihrer laufenden Eigenschaft zu beeinflussen und zudem der dominierenden Mode möglichst viel Energie zuzuführen. Mehrere Testversuche kamen zu dem Ergebnis, dass eine Anregung in den Maxima und möglichst weit entfernt von der Dämpfung die besten Messergebnisse liefert. Darüber hinaus erweist sich eine um 0° und 180° phasenverschobene Mehrpointanregung als optimal. Es kann somit nicht mehr von einer phasenreinen Anregung von Eigenformen gesprochen werden. Die Betriebsschwingform mit dem dominierenden Schwingverhalten einer Mode bildet allerdings die wichtigsten Effekte ab. Zudem ist der höhere Anteil an laufenden Wellen ein weiteres ausschlaggebendes Argument für dieses Vorgehen. In Kapitel 5.3 werden hierzu weitere Validierungsexperimente vorgenommen.

Die einzelnen Schwingformen werden auf gleiche Weise vermessen wie die breitbandig angeregten Platten. Nach der LSV-Messung folgen die akustischen Messungen. Hier wird neben der Bestimmung der mittleren Intensität im Frequenzbereich eine Intensitätskartierung nach DIN EN ISO

9614-1 vorgenommen (vgl. Kapitel 5.3.2). Anschließend erfolgen die akustischen Berechnungen sowie das Postprocessing über mehrere MATLAB-Skripte.

5.3 Validierung der Methodik

Die folgende Validierung soll in erster Linie die Gültigkeit der Elementarstrahlertheorie bestätigen. Auf ihr beruhen sämtliche akustische Berechnungen dieser Arbeit. Im Detail werden die direkt akustisch gemessenen Daten mit denen über die Elementarstrahlertheorie berechneten Werte verglichen. Hierbei soll die Berechnung der Schallintensitätsverteilung, der Schalleistung und des Abstrahlgrades sowie des Schalldruckes im Fernfeld an Beispielen überprüft werden.

Ein weiterer Nachweis, der erbracht werden soll, besitzt noch grundlegendere Bedeutung. Auf der Voraussetzung eines linearen Systems beruhen sämtliche Annahmen und Gleichungen dieser Arbeit (vgl. Kapitel 5.1). Infolgedessen sollen Untersuchungen zeigen, dass die Linearitätsannahme Gültigkeit besitzt.

5.3.1 Nachweis der Linearität

Der Nachweis der Linearität wird an einem Beispiel anhand von zwei Eigenschaften untersucht. Zum einen werden die Klirrfaktoren berechnet, zum anderen die Reziprozität zwischen zwei beliebigen Punkten gemessen.

Als Plattenkonfiguration wird die punktsymmetrisch gedämpfte Platte gewählt. Hier können aufgrund des komplexen Biegewellenverhaltens die größten Nichtlinearitäten erwartet werden. Die gewählten Anregungspunkte sind in der Abb. 5-13 eingezeichnet. Es wird ein Punkt außerhalb und ein Anregungspunkt innerhalb der Dämpfung definiert.

Nach *Möser* [23] kann die Nichtlinearität eines linear angenommenen Übertragers mit Hilfe des Klirrfaktors k quantifiziert werden. Dieser ergibt sich als Quotient aus der Summe der Ausgangsamplituden, die nicht im Eingangssignal enthalten waren und der Ausgangsamplitude nach folgender Formel [7]:

$$k_l = \sqrt{\frac{u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots}{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + \dots}} = \frac{\sqrt{\sum u_n^2 - u_1^2}}{\sum u_n} \quad \text{mit} \quad n \geq 2 \quad . \quad (5-3)$$

Mit u_n werden die Amplituden der Oberschwingungen mit n -facher Frequenz bezeichnet. Der Klirrfaktor quantifiziert somit die Überlagerung der Sinusschwingung durch seine Harmonischen (Oberschwingungen).

Im Experiment wird die Platte mit Hilfe eines Shakers abwechselnd an beiden Anregungspunkten mit einem Sinussignal angeregt. Die Anregung erfolgt jeweils mit verschiedenen Amplituden (0,5 V, 2 V, 4 V). Über das LSV werden gleichzeitig beide Punkte optisch vermessen.

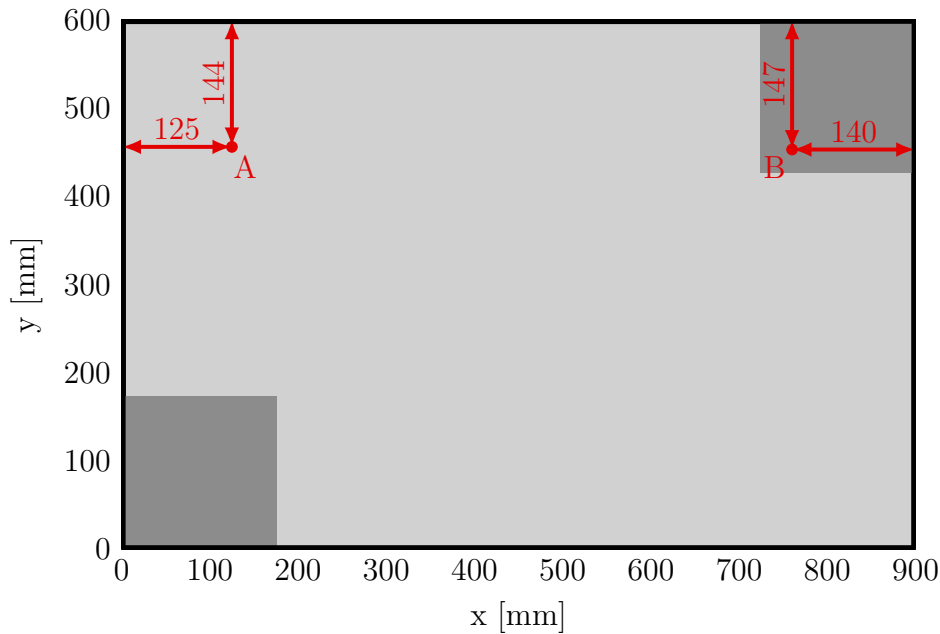


Abb. 5-13: Anregungspunkte für die Linearitätsuntersuchung an der Plattenkonfiguration **pktsym**

Zu erwarten ist eine Vergrößerung der Nichtlinearitäten bei größer werdender Amplitude. Die Tab. 5-1 zeigt die berechneten Klirrfaktoren am Punkt A (k_{lA}) bei der Anregung am Punkt B sowie den entgegengesetzten Fall (k_{lB}).

Tab. 5-1: Übersicht der Klirrfaktoren bei unterschiedlicher Anregungsamplitude (**pktsym**)

Anregung	k_{lA}	k_{lB}
0,5 V	0,10 %	0,04 %
2,0 V	0,32 %	0,32 %
4,0 V	0,15 %	0,71 %

Es ist ein Anstieg des Klirrfaktors mit steigenden Anregungsamplitude festzustellen. Der aus der Reihe fallende Wert für k_{lA} bei 4 V wird dem experimentellen Aufbau zugesprochen. Er liegt allerdings im Rahmen der Messungenauigkeiten. Für alle Werte gilt, dass sie kleiner als 1 % sind. Dies lässt auf sehr kleine Nichtlinearitäten schließen, womit die Annahme eines linearen Übertragers erfüllt wird.

Für den Nachweis der Resziprozität wird der *Satz von Maxwell und Betti* zugrunde gelegt. Er muss für ein lineares Übertragungsverhalten gelten. Nach *Maxwell* und *Betti* ist die Arbeit W der Kraft am Punkt A (F_A) auf dem Weg u_{AB} gleich der Arbeit, die die Kraft F_B auf dem Weg u_{BA} verrichtet. Bei den Verschiebungen u_{AB} und u_{BA} stellt der erste Index den Ort der Kraftanregung und der zweite den Ort der Auslenkung dar. Es ergibt sich folgende Formel [6]:

$$F_A \cdot u_{AB} = F_B \cdot u_{BA} \quad . \quad (5-4)$$

Im Experiment werden, wie bei den Klirrfaktoruntersuchungen, verschiedene Anregungsamplituden gewählt. Die Shaker werden jeweils mit $0,5\text{ V}$, $2,0\text{ V}$ und $6,0\text{ V}$ und einem breitbandigen *Pseudo Random* Signal angesteuert. Der letzte Wert (6 V) wird bewusst so hoch gewählt, um das lineare Verhalten auch bei einer sehr großen Anregungsamplitude sicherzustellen. In den vorangegangenen Experimenten lagen Anregungsamplituden weit unter dem hier untersuchten Maximum. Dennoch zeigt die Abb. 5-14, dass auch bei hohem Energieeintrag in die Struktur, die Arbeitsfrequenzspektren sehr ähnliche Ergebnisse liefern.

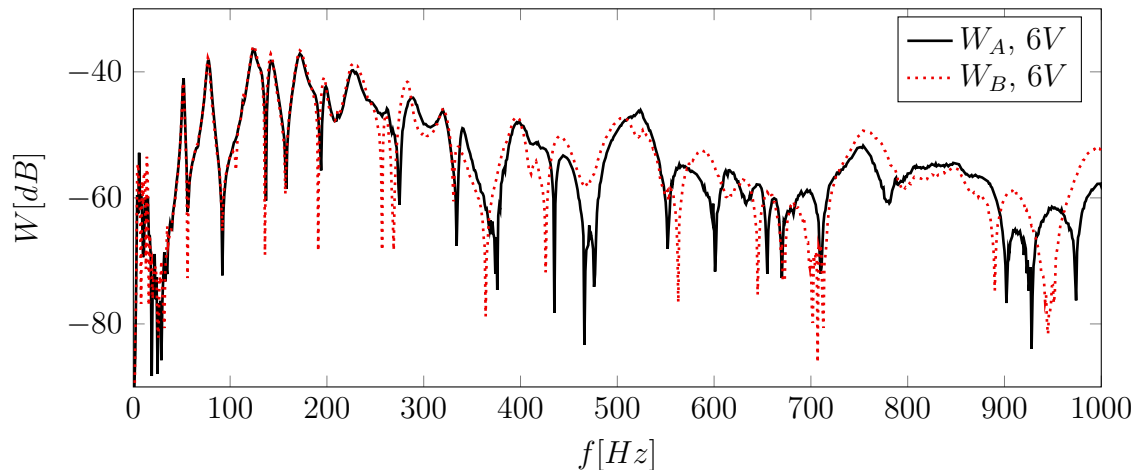


Abb. 5-14: Reziprozitätsvergleich an der Plattenkonfiguration **pktsym**

Mit steigender Frequenz werden immer größere Unterschiede deutlich. Dies kann dem wachsenden Einfluss von Nichtlinearitäten aus der Materialstruktur und dem Aufbau durch die kürzer werdenden BiegeWellen zugesprochen werden. In dieser Arbeit werden nur Moden im niederfrequenten Bereich unterhalb von 300 Hz analysiert, daher ist der hohe Frequenzbereich weniger relevant. Zudem wird hier eine viel größere Spannungsamplitude als in den Experimenten sowie die komplexeste Dämpfungskonfiguration betrachtet.

5.3.2 Validierung der Schallintensitätsberechnung

Zur Berechnungvalidierung der Schallintensitätsverteilung wird sich der in DIN EN ISO 9614-2 vorgeschlagenen Methode (Intensitätskartierung) bedient. Hierzu wird, wie bereits in Abb. 5-2 gezeigt, ein Orientierungsgitter aus dünnen Fäden über die Platte gespannt. Mit der Schallintensitätsmesssonde werden dann die sich ergebenden diskreten Quadrate vermessen. Die Methode soll einmal anhand der 3×2 Schwingform und der Platte mit einfacher Symmetrie demonstriert werden. Hierzu wird sie in der Eigenfrequenz (232 Hz) angeregt und abgescannt. Die diskreten Werte werden interpoliert (Abb. 5-15, rechts).

Anschließend folgt eine Messung mit dem LSV bei gleicher Anregung und die Berechnung der Verteilung mittels Elementarstrahlertheorie (Abb. 5-15, Mitte). Darüber hinaus wird zusätzlich die Intensitätsverteilung einer 3×2 Mode mit dem FE-Modell aus Kapitel 4 und ähnlich großem Dämpfungsbereich berechnet (Abb. 5-15, links). Auch hier wird die Elementarstrahlertheorie angewandt und eine Impedanzfrequenz von 232 Hz vorausgesetzt.

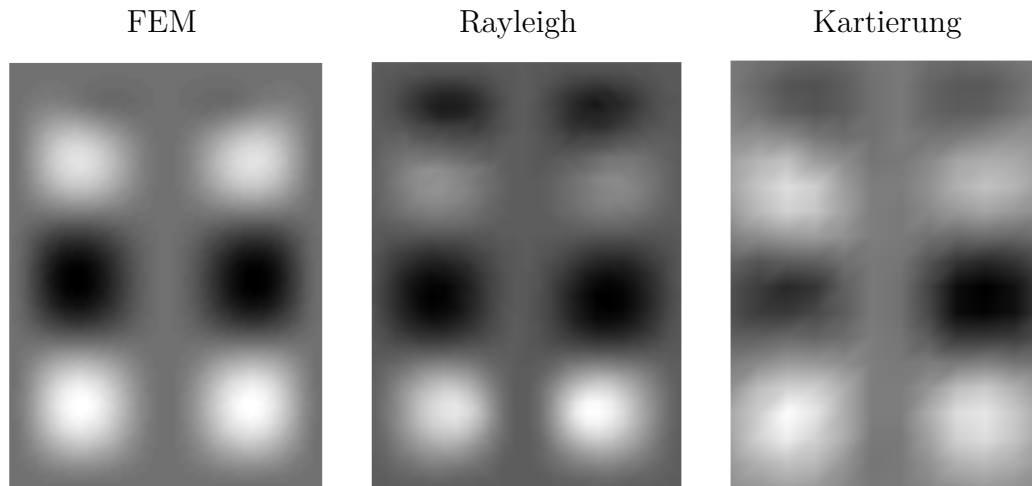


Abb. 5-15: Vergleich der Intensitätsverteilung der 3x2 Mode bzw. Schwingform (**1-sym**) aus der FEM-Berechnung, einer Rayleigh-Berechnung und einer Intensitätskartierung bei 232Hz (identische Skalierung)

Die drei Abbildungen zeigen große Ähnlichkeiten. Die Bereiche der Quellen und Senken lassen sich wiederfinden. Leichte Unterschiede zwischen numerischer Lösung und Rayleigh bzw. der Kartierung waren zu erwarten. Im Experiment wird eine Schwingform betrachtet, während in der FEM das Verhalten der reinen Eigenform bestimmt werden kann.

Die Abweichungen in der Kartierung im Vergleich zur Elementarstrahlerberechnung (Rayleigh) können mehreren Einflüssen zugeschrieben werden. Ein Punkt ist die fehlende Abschirmung der Plattenoberfläche zu ihrer Rückseite. Hier können Kurzschlusseffekte die Messung beeinflussen. Ein weiterer Punkt ist, dass die Intensität mit der Messsonde nicht direkt auf der Platte gemessen werden kann. Dies ist dem Aufbau des Messgerätes geschuldet. Darüber hinaus kann mit der Handmessung nicht immer in einem exakt gleichem Abstand vor der Platte gemessen werden.

5.3.3 Validierung der Berechnung der Schalleistung und des Abstrahlgrades

In diesem Abschnitt soll die Berechnung der Schalleistung und des Abstrahlgrades über den Rayleigh-Ansatz validiert werden. Bei allen Experimenten, bei denen die Platten breitbandig angeregt wurden, sind akustische Messungen mit der Intensitätsmesssonde durchgeführt worden.

Für den Vergleich wird die Schalleistung einmal allein aus den LSV-Daten (Oberflächenschnellen) über Rayleigh ermittelt und einmal mit dem gemittelten Intensitätsspektrum (gemessen mit der Intensitätsmesssonde) berechnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 5-16 für die Referenzplatte (reell) und die einfach symmetrische Plattenkonfiguration in Abb. 5-17 visualisiert.

Aufgrund der Tatsache, dass die Wellenlängen der Luft mit zunehmender Frequenz geringer werden, wurde der Abstand der Mikrofone der Intensitätsmesssonde für hohe Frequenzen angepasst. *Kollmann* [18] empfiehlt im unteren Frequenzbereich einen Spacer von 50mm zu verwenden. Ab einer Frequenz von 1000Hz nimmt der Fehler durch die Gradientennäherung stark zu. Infolgedessen sollte der Spacer auf 12mm verkürzt werden. Dieser Empfehlung wird Folge geleistet und

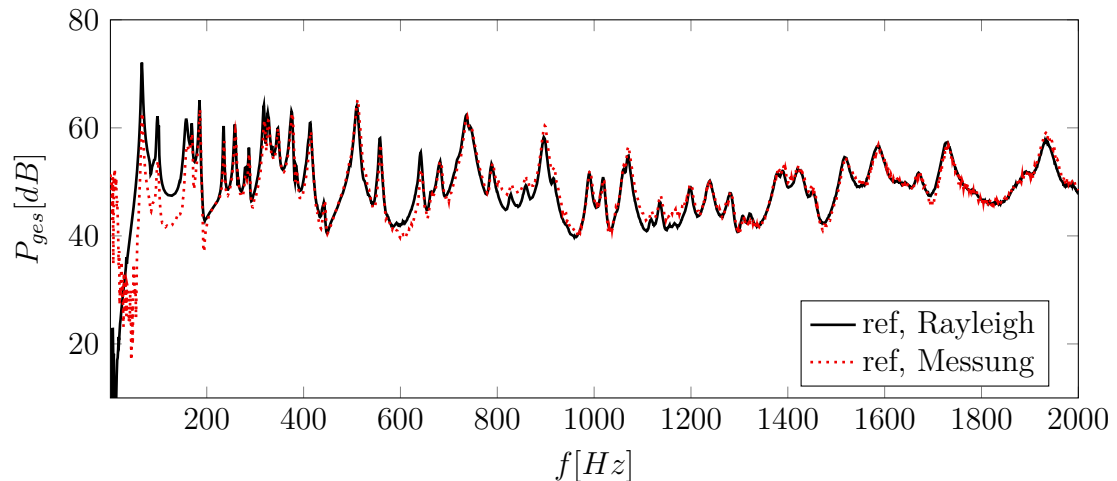


Abb. 5-16: Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schalleistung P_{ges} (**ref**)

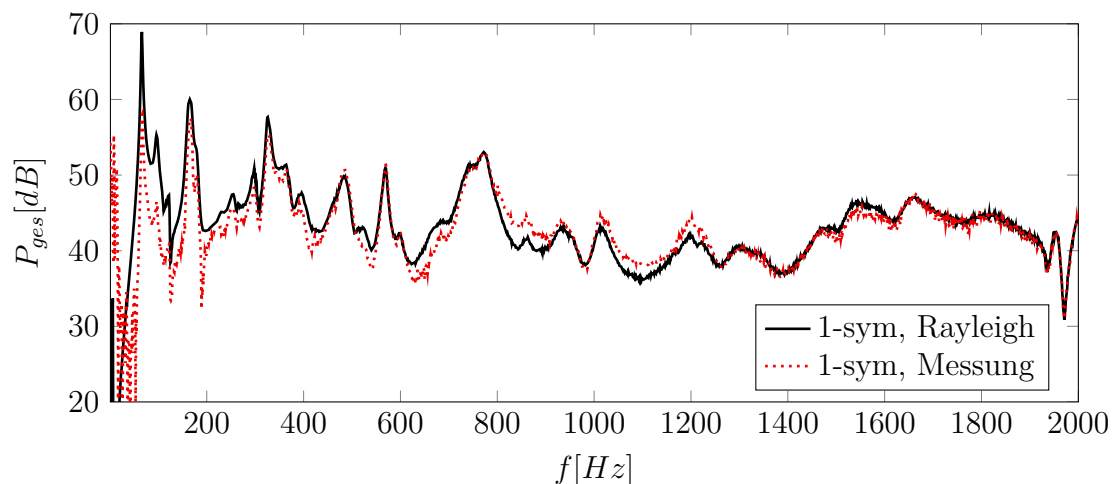


Abb. 5-17: Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schalleistung P_{ges} (**1-sym**)

die Daten ab 400 Hz aus der 12 mm -Messung verwendet. Unterhalb von 30 Hz sind nach [18] große Fehler zu erwarten. Die Abb. 5-16 und Abb. 5-17 bestätigen dies. Im unteren Frequenzbereich sind große Unterschiede zwischen der akustischen Messung und der Rayleigh-Berechnung zu erkennen. Diese reichen allerdings bis etwa 200 Hz . Grund hierfür ist die untere Grenzfrequenz des reflektionsarmen Raumes. Die Wände absorbieren den Schall nicht mehr komplett, womit zurückfallender Schall die Messung beeinflussen kann. Ein weiterer Grund sind die langen Luftschallwellen, die bei solchen Frequenzen entstehen. Hierdurch wird der akustische Kurzschluss zwischen Vorder- und Rückseite der Platte begünstigt, was zu Fehlern in der Messung führt. Im übrigen Frequenzbereich ist eine hohe Übereinstimmung bei der reell (**ref**) und bei der komplex schwingenden Platte zu erkennen (**1-sym**).

Die Beschreibung der Schalleistungsverläufe kann auch auf die Abstrahlgradvergleiche der Abb. 5-18 und Abb. 5-19 übertragen werden. Sie resultieren letztendlich aus der Berechnung der Schalleistung, dennoch sollen sie einmal separat gezeigt werden. Im unteren Frequenzbereich

(unterhalb 200 Hz) sind die hohen Abweichungen in gleichem Maße erkennbar. Der restliche Verlauf von σ korreliert sehr stark zwischen Rayleigh und Messung. Lokale Spitzen können durch akustische Artefakte hervorgerufen werden, die bei der akustischen Vermessung infolge von Reflektionen entstehen können. Im Anhang B und C sind zusätzlich die vergleichenden Spektren bzw. Abstrahlgrade der anderen Plattenkonfigurationen zu finden. Sie zeigen ein sehr ähnliches Verhalten.

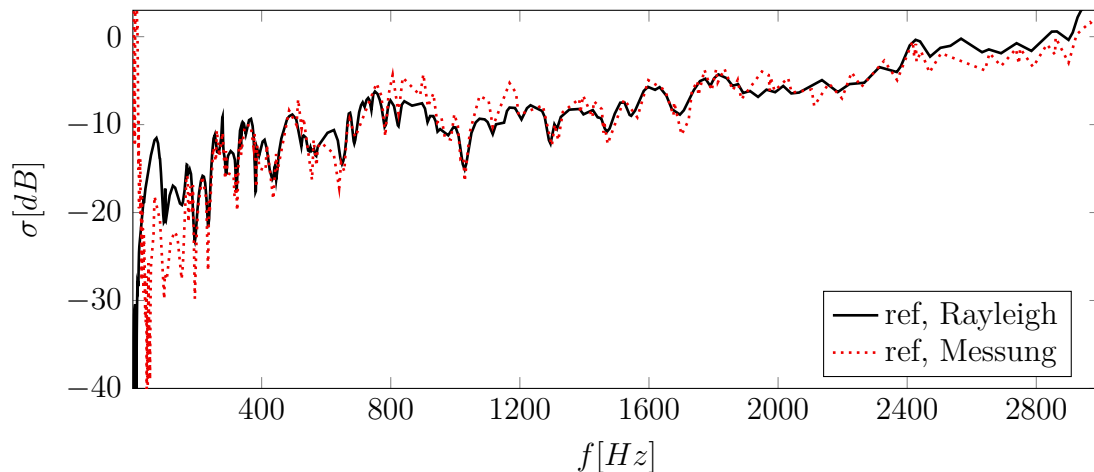


Abb. 5-18: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (**ref**)

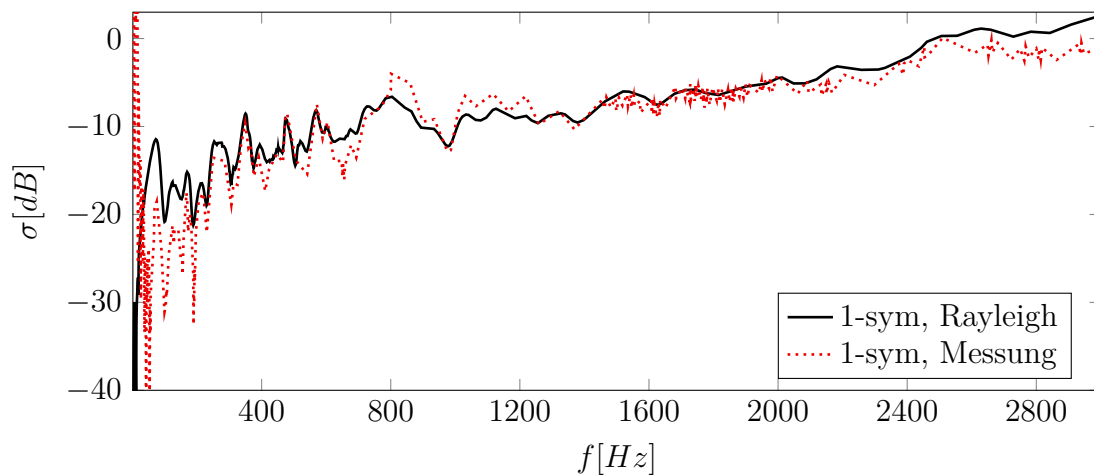


Abb. 5-19: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (**1-sym**)

Die Vergleiche zeigen eine befriedigende Übereinstimmung der über die Elementarstrahlertheorie berechneten und mittels Messsonde bestimmten Verläufe. Der Fehler aufgrund der Rayleigh-Näherung bleibt für eine grundlegende Betrachtung ausreichend klein. Der für diese Arbeit interessante tiefe Frequenzbereich ($< 200\text{ Hz}$) lässt sich über das akustische Verfahren leider nicht komplett validieren. Die Gründe hierfür wurden bereits erläutert.

5.3.4 Validierung der Schalldruckberechnung

Im Verlauf der Arbeit wurden mehrere Richtcharakteristiken mit Hilfe der Elementarstrahlertheorie berechnet. Um auch für diese Näherung zu zeigen, dass die Rayleigh-Annahme gute Ergebnisse liefert, wird der Druck an mehreren Punkten im Raum vor der Platte mit Mikrofonen gemessen und verglichen.

Die Abb. 5-20 soll anhand einer Skizze zeigen, an welchen Punkten der Druck im Raum bestimmt wurde. Die Auswahl der Punkte erfolgt zufällig. Als Konfiguration wird beispielhaft die einfach symmetrische Dämpfungskonfiguration gewählt und breitbandig angeregt.

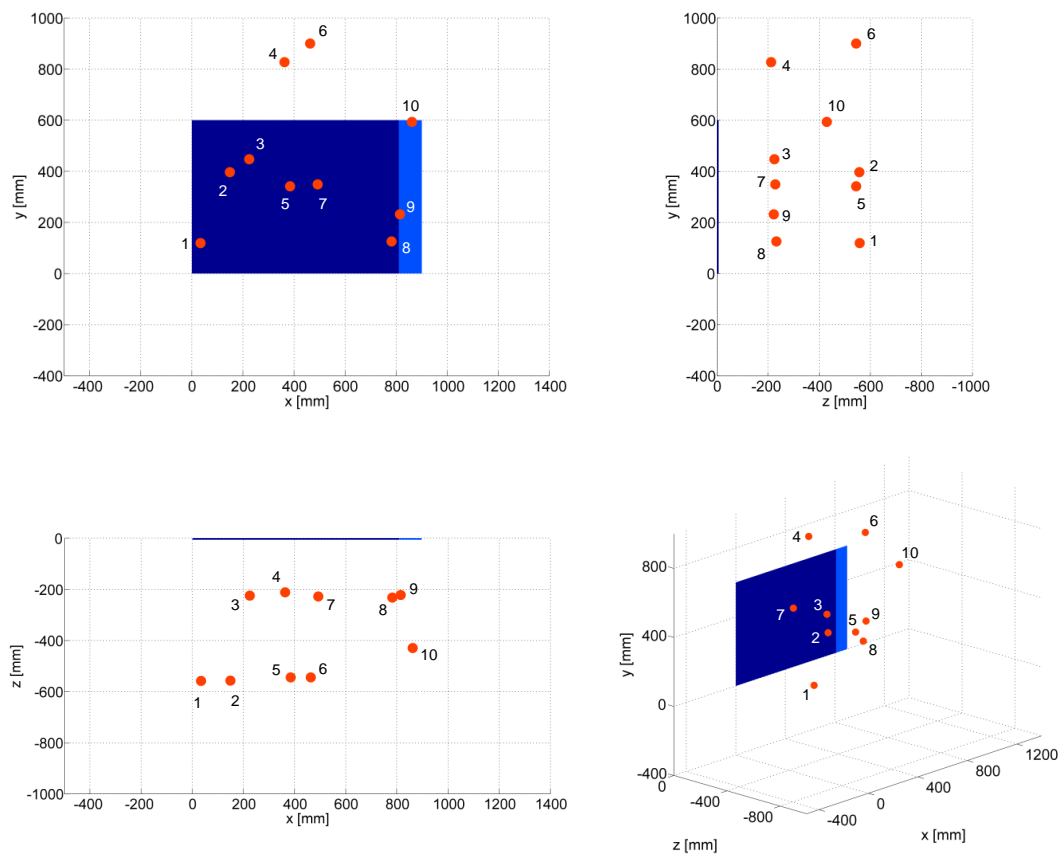


Abb. 5-20: Skizze der Messpunkte zur Druckvalidierung, gemessen an Plattenkonfiguration **1-sym**

Die Abb. 5-21 und Abb. 5-22 zeigen vergleichend die resultierenden Frequenzspektren des Schalldrucks an den Punkten 2 und 7. Die Vergleiche der weiteren Punkte finden sich im Anhang D. Der Messverlauf ähnelt sehr stark dem Rayleigh-Verlauf. Charakteristische Peaks werden durch beide Graphen abgebildet. Die lokalen Differenzen können den sehr sensiblen Messmikrofonen zugeschrieben werden. Zum einen beeinflussen Reflektionen an den Messaufbauten die exakte Druckbestimmung, zum anderen ist die Bestimmung der Messkoordinaten bzgl. des LSV-Koordinatensystems nicht exakt möglich. Mit steigender Frequenz bilden sich immer feinere Druckkeulen aus. Demzufolge können Ungenauigkeiten bei der Lagebestimmung der Mikrofonmessung bei höheren Frequenzen einen größeren Fehler verursachen als bei niedrigen. Dies wird

auch zum Teil in den Diagrammen deutlich. Der störende Einfluss durch den Druckausgleich zwischen Vorder- und Rückseite der Platte bei tiefen Frequenzen sowie die Raumgrenzfrequenz kommen in dem selben Maße dazu.

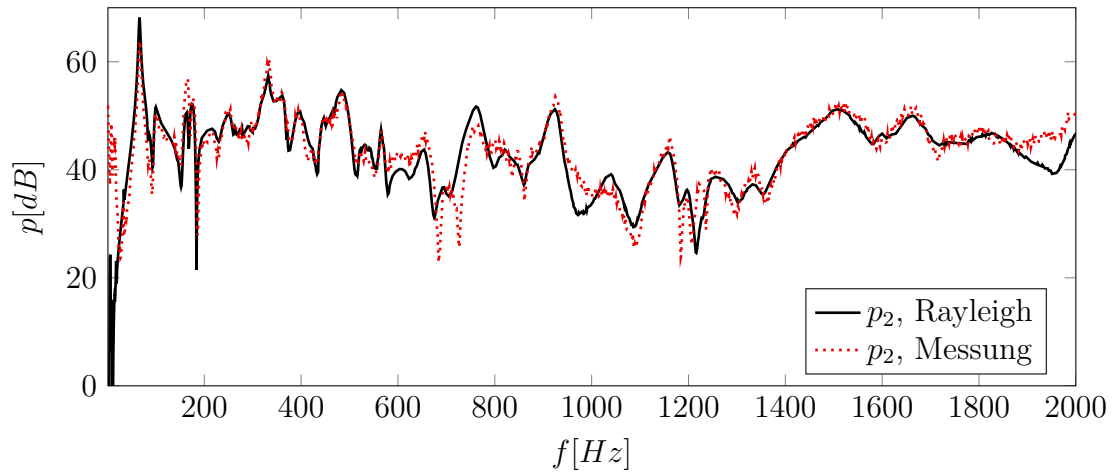


Abb. 5-21: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 2 (**1-sym**)

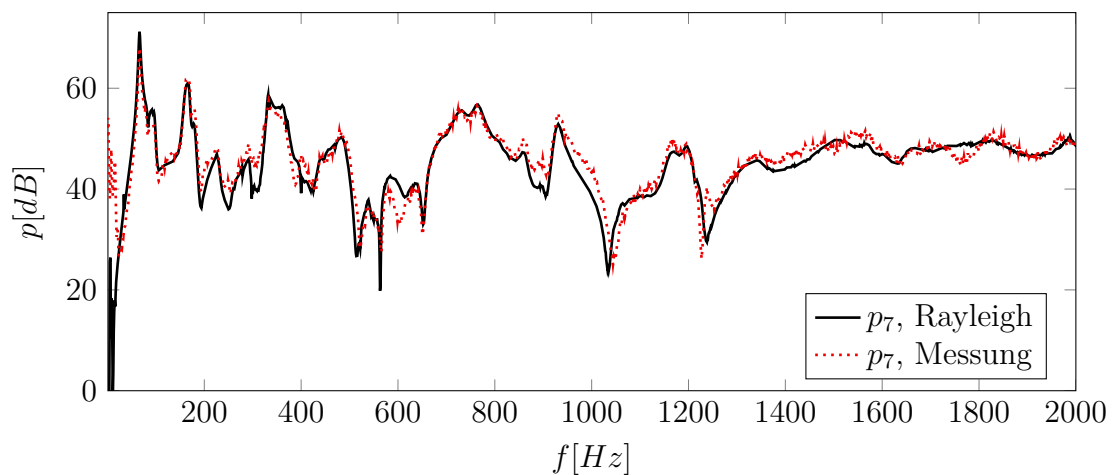


Abb. 5-22: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 7 (**1-sym**)

Das Ergebnis der Druckvalidierung ist dennoch zufriedenstellend. Der prinzipielle Verlauf mit seiner spezifischen Charakteristik kann über die Elementarstrahlertheorie bestimmt werden, was die gemessenen Druckverläufe bestärken.

5.4 Ergebnisse ausgewählter Schwingformen

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der akustischen Berechnungen aus den experimentellen Daten gezeigt und bewertet werden. Für die Intensitätsverteilung und den Abstrahlgrad werden zum Vergleich jeweils die numerischen Lösungen, die mit Hilfe des in Kapitel 4.6 beschriebenen FE-Modells berechnet wurden, mit angegeben.

Die Schwierigkeiten bei der Anregung der Schwingformen wurden bereits diskutiert. Das Laufen der Biegewellen darf nicht zu stark beeinflusst werden und der interessierenden Eigenform muss möglichst viel Energie zugeführt werden. Aber nicht nur die Anregung der Schwingformen gestaltet sich schwierig, zudem muss die ausgewählte Schwingform für eine vergleichende Bewertung bei allen Dämpfungskonfigurationen gut anregbar sein. Ziel ist es, mindestens eine gerade und eine ungerade Mode bzw. Schwingform für alle Platten vermessen zu können.

Infolge der Systemidentifikation und vieler Experimente kristallisierten sich zwei Moden heraus. Zum einen die gerade 2x2 und zum anderen die 3x2. Diese weisen eine ausreichend hohe Komplexität sowie geringe modale Kopplung auf und sind zudem für jede Plattenkonfiguration gut anregbar. Eine reine ungerade Schwingform konnte nicht zufriedenstellend angeregt werden. Die Ergebnisse der 3x2 Schwingform lassen dennoch die nötigen Schlüsse zu.

Aus Gründen der besseren Übersichtlichkeit und um das Kapitel nicht mit Abbildungen zu überladen, wird bei der Beschreibung der Intensitätsverteilung und der Richtcharakteristik nur die 3x2 Schwingform betrachtet. Zumal die hierbei auftretenden Phänomene allgemein für komplexe Moden gelten. Die Ergebnisse der geraden 2x2 Schwingform sind im Anhang A zu finden. Zur Visualisierung der akustischen Größen wird die gleiche Darstellungsweise wie in Kapitel 4 mit normierten Schnellen zu Grunde gelegt.

5.4.1 Homogen gedämpfte Platte (ref)

Für ein besseres Verständnis der akustischen Veränderungen wird in diesem Abschnitt die Intensitätsverteilung sowie die Richtcharakteristik der 3x2 Mode für die ungedämpfte Referenzplatte gezeigt (siehe Abb. 5-23 und Abb. 5-24). Um jeglichen Einfluss durch Komplexität auszuschließen, wird die rein reelle Lösung der FEM angegeben.

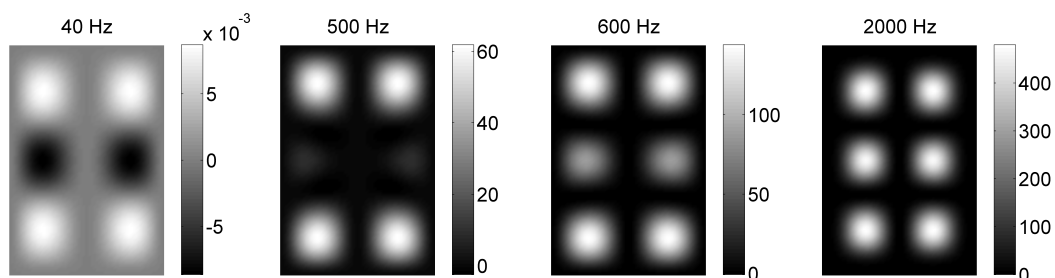


Abb. 5-23: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (ref, 3x2, Mode 7, FEM)

Zwei der drei Strahlertypen sind in der Intensitätsverteilung erkennbar. Sie verändern sich wie in der Theorie mit steigender Frequenz vom Rand- zum Flächenstrahler. Darüber hinaus ist die

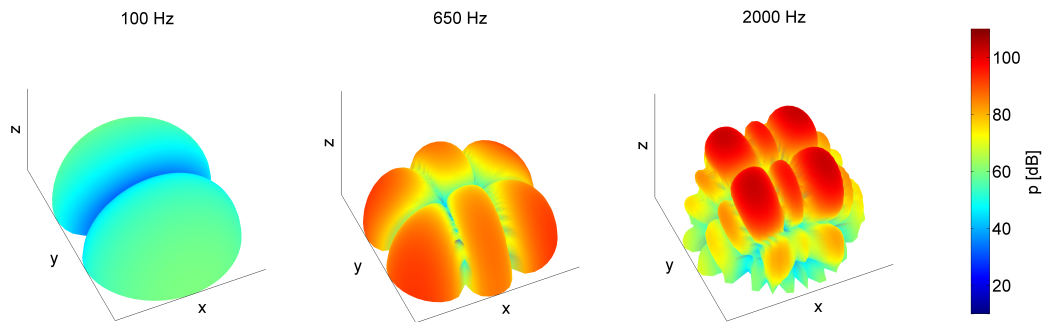
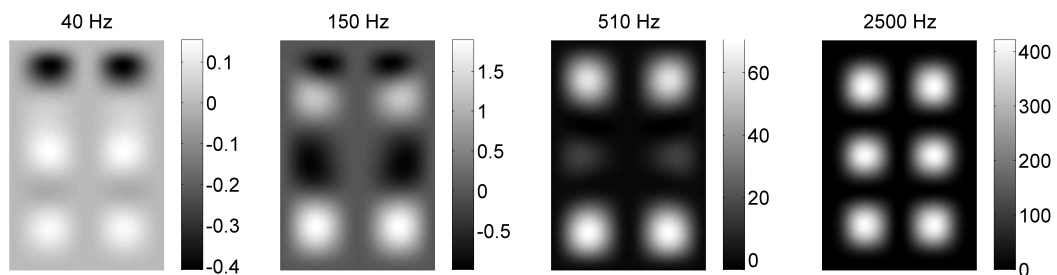


Abb. 5-24: Richtcharakteristik (ref, 3x2, Mode 7, FEM)

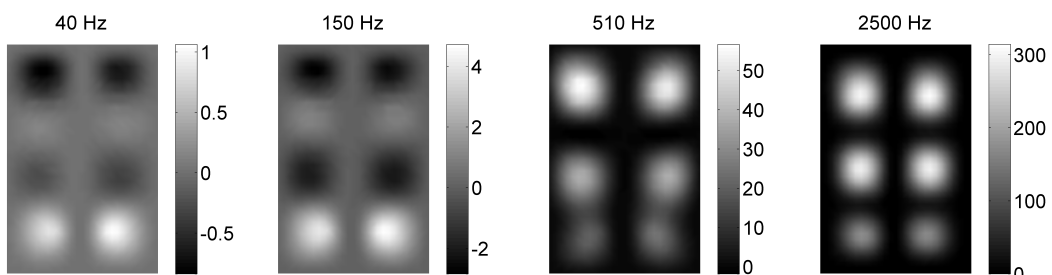
Anordnung der Quellen und Senken immer symmetrisch. Gleiches gilt für die Druckkeulen-anordnung der Richtcharakteristik. Im unteren Frequenzbereich ist das Dipolstrahlerverhalten der 3x2 Mode erkennbar. Mit steigender Frequenz bilden sich immer mehr klar abgegrenzte Druckkeulen aus.

5.4.2 Einfach symmetrisch gedämpfte Platte (1-sym)

Als Erstes wird die einfach symmetrische Konfiguration betrachtet. Der Vergleich der Intensitätsverteilung in Abb. 5-25 zwischen der numerischen und der experimentellen Lösung zeigt ähnliche Ergebnisse.



(a) 3x2, Mode 7, FEM



(b) 3x2 Schwingform, Experiment

Abb. 5-25: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (1-sym, 3x2)

Der Randstrahler kann bei 40 Hz nicht mehr identifiziert werden. Im unteren Frequenzbereich ist zudem die Umverteilung der Quellen und Senken erkennbar. Auch im Experiment konzentrieren

sich die Intensitätssenken im Dämpfungsbereich (schwarz). Darüber hinaus wird die eindeutige Störung des akustischen Kurzschlusses im übrigen Teil der Platte sichtbar. Die Intensitätssenken sind nur sehr schwach ausgebildet, wodurch der untere Teil der Platte fast ausschließlich als Quelle agiert.

Bei größeren Frequenzen nähert sich die Verteilung, wie erwartet, immer mehr der Referenzlösung an und die Komplexität verliert an Einfluss. Im Zustand bei 450 Hz wird im unteren Bereich das Verschmelzen der Intensitätsquellen durch die laufenden Wellen offensichtlich. Dieses Phänomen ist auch in der Darstellung der Richtcharakteristik bei 650 Hz ersichtlich (s. Abb. 5-26). Die Druckkeulen lassen sich nicht mehr eindeutig voneinander abgrenzen. Sie gehen in Laufrichtung der Biegewellen kontinuierlich ineinander über. Des Weiteren ergeben sich größere Druckmaxima in Richtung der Dämpfung.

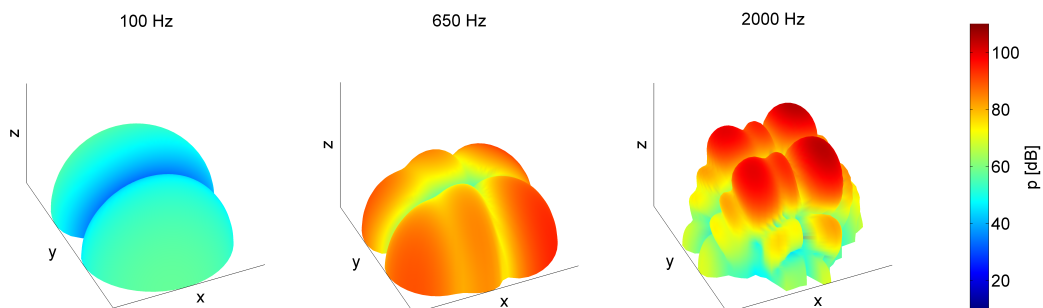
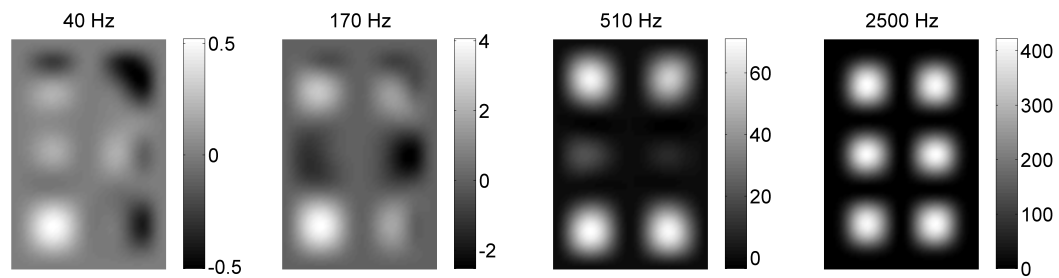


Abb. 5-26: Richtcharakteristik (1-sym, 3x2-Schwingform, $MCI = 0,15$, Experiment)

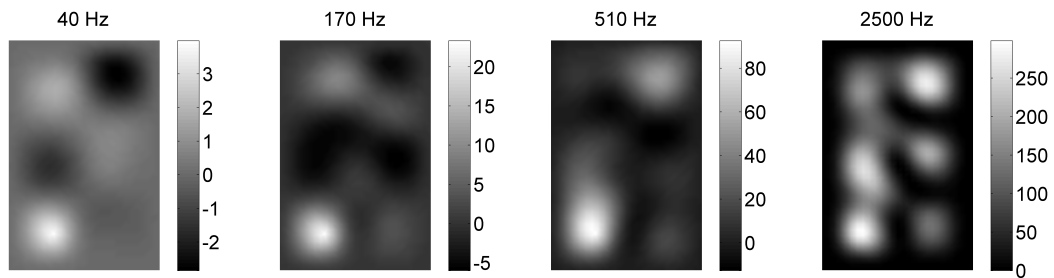
5.4.3 Antimetrisch gedämpfte Platte (unsym)

Wie bei der einfach symmetrischen Platte sind auch bei der unsymmetrischen Konfiguration grundsätzliche Ähnlichkeiten zu erkennen. Bei der Intensitätsverteilung Abb. 5-27 ist bei niedrigen Frequenzen wieder die Konzentration der Senken im Bereich erhöhter Dämpfung erkennbar. Zugleich wird der akustische Kurschluss noch offensichtlicher durch die laufenden Wellenanteile in x - und y -Richtung beeinflusst. Die verschmierten Quellbereiche sind aufgrund der hohen Komplexität ($MCI = 0,54$) auch noch bei hohen Frequenzen um 2000 Hz in der Verteilung der Intensität auf der Platte sowie in der Richtcharakteristik Abb. 5-28 zu erkennen. Hier wird ebenfalls die aufgrund der unsymmetrischen Dämpfung entstehende schräg laufende Welle gut visualisiert (siehe Zustand bei 650 Hz). Ferner kann die geneigte und verstärkte Abstrahlung an den Richtcharakteristiken bei 100 Hz sowie 2000 Hz festgestellt werden. Durch die laufenden Wellen in y -Richtung wächst der Dipol (**ref**) zu einem Monopol zusammen. Was ebenfalls in den FE-Rechnungen zu beobachten war und eine höhere Schallabstrahlung bewirkt.

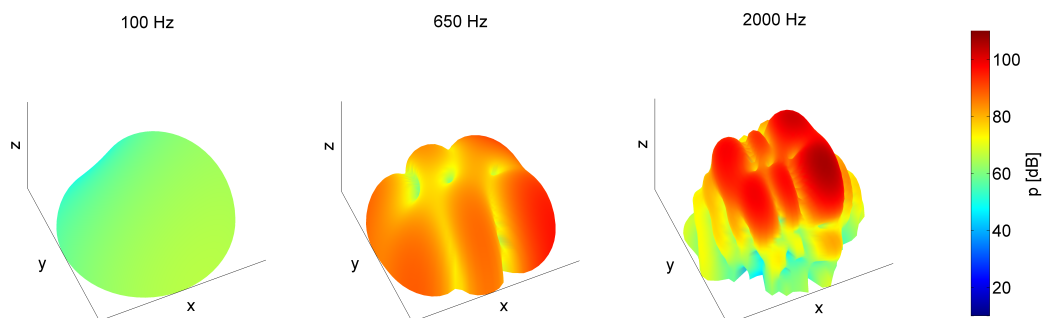
Die Abweichungen zwischen den experimentellen und den numerischen Daten sind größer als bei der Platte mit einfacher Symmetrie. Dies wird der wesentlich komplexeren Biegewellenverteilung (laufende Wellen in x und y) zugesprochen.



(a) 3x2, Mode 7, FEM



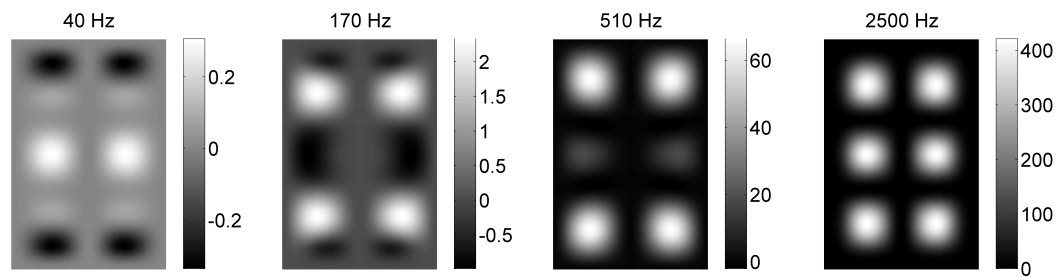
(b) 3x2 Schwingform, Experiment

Abb. 5-27: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (**unsym**, 3x2)**Abb. 5-28:** Richtcharakteristik (**unsym**, 3x2-Schwingform, $MCI = 0,54$, Experiment)

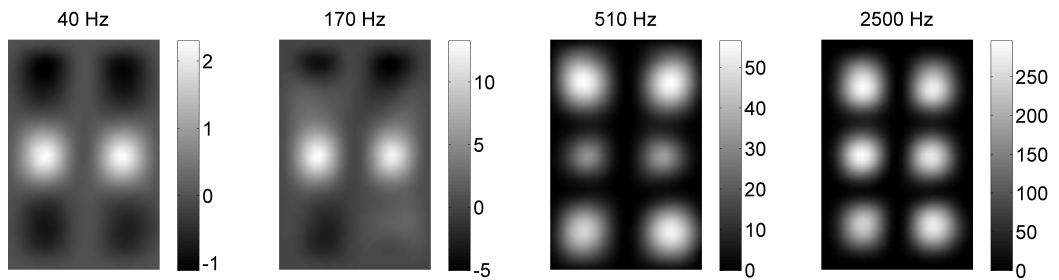
5.4.4 Zweifach symmetrisch gedämpfte Platte (2-sym)

Bei der zweifach symmetrischen Konfiguration wird die Ähnlichkeit zur Referenzplatte am ehesten deutlich. Auch für die experimentellen Ergebnisse gilt, dass die grundsätzlichen akustischen Phänomene in der Intensitätsverteilung Abb. 5-29 und der Richtcharakteristik Abb. 5-30 anschaulich wiedergegeben werden können.

Die Senken konzentrieren sich im Dämpfungsbereich. Die Anordnung der Quellen und Senken bleibt aufgrund der zweifach symmetrischen Dämpfung annähernd symmetrisch. Eine Störung des akustischen Kurzschlusses ist dennoch durch die verschmierten Bereiche bei 170 Hz vernehmbar. In dieser Abbildung ist außerdem der störende Einfluss der Shaker anschaulich zu erkennen. Nach der FEM-Lösung wären in der Mitte der Platte Senken zu erwarten. Die Anregung durch die Shaker erfolgt jedoch genau in diesem Bereich. Folglich sind die Bereiche vornehmlich als akustische Quellen wahrzunehmen.



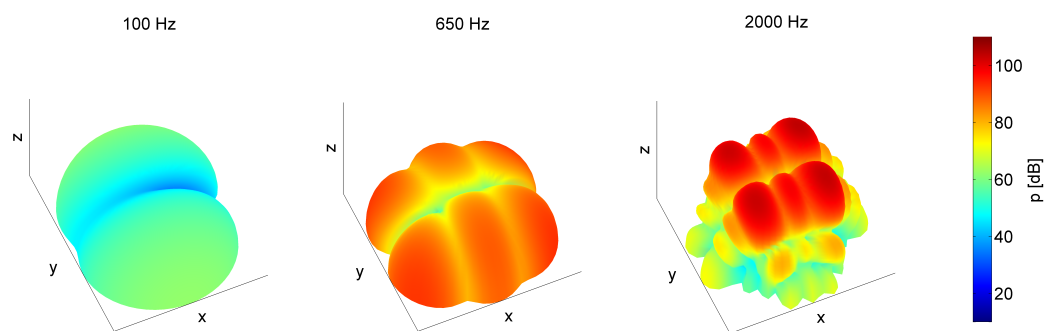
(a) 3x2, Mode 7, FEM



(b) 3x2 Schwingform, Experiment

Abb. 5-29: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (2-sym, 3x2)

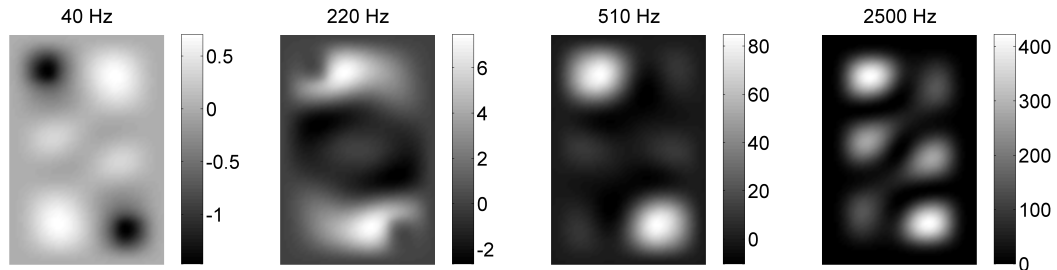
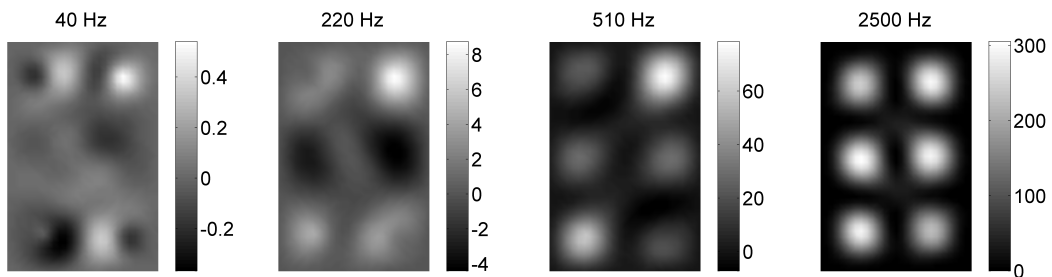
Die Komplexität der Schwingform zeigt sich auch wieder im kontinuierlichen Übergang der Druckkeulen, insbesondere bei 650 Hz . Dennoch bleibt die Symmetrie der Druckpole bestehen. Diese Tatsache ist dem Entgegenlaufen der verursachten komplexen Biegewellen zuzusprechen. Wie bei der numerischen Betrachtung ist trotz der Verdopplung der Dämpfungsfläche die Komplexität der Schwingform im Vergleich zur einfach symmetrischen Dämpfungskonfiguration gesunken ($MCI_{1-sym} = 0,15$ und $MCI_{2-sym} = 0,13$).

**Abb. 5-30:** Richtcharakteristik (2-sym, 3x2-Schwingform, $MCI = 0,13$, Experiment)

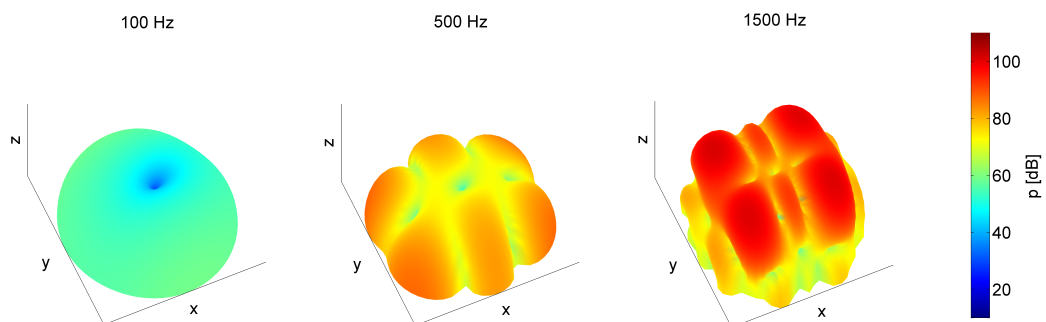
5.4.5 Punktsymmetrisch gedämpfte Platte (pktsym)

Bei der punktsymmetrischen Konfiguration ist die phänomenologische Vergleichbarkeit zur numerischen Lösung aufgrund des komplizierten Wellenverlaufes am schlechtesten erfüllt (s. Abb. 5-31). Zudem verursacht hier die Anregung durch den Shaker die meisten Störungen. Nichtsde-

strotz kann die rotationsartige Bewegung der Schwingungsmaxima um den Plattenmittelpunkt und der gestörte akustische Kurzschluss bei niedrigen Frequenzen erfasst werden (Zustände bei 40 Hz und 220 Hz). Ferner sind die numerisch ermittelten Senken nahe der Dämpfung mit den danebenliegenden Quellen wie in der FEM-Lösung bei 40 Hz schwach erkennbar.

(a) 3×2 , Mode 7, FEM(b) 3×2 Schwingform, Experiment**Abb. 5-31:** Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (**pktsym**, 3×2)

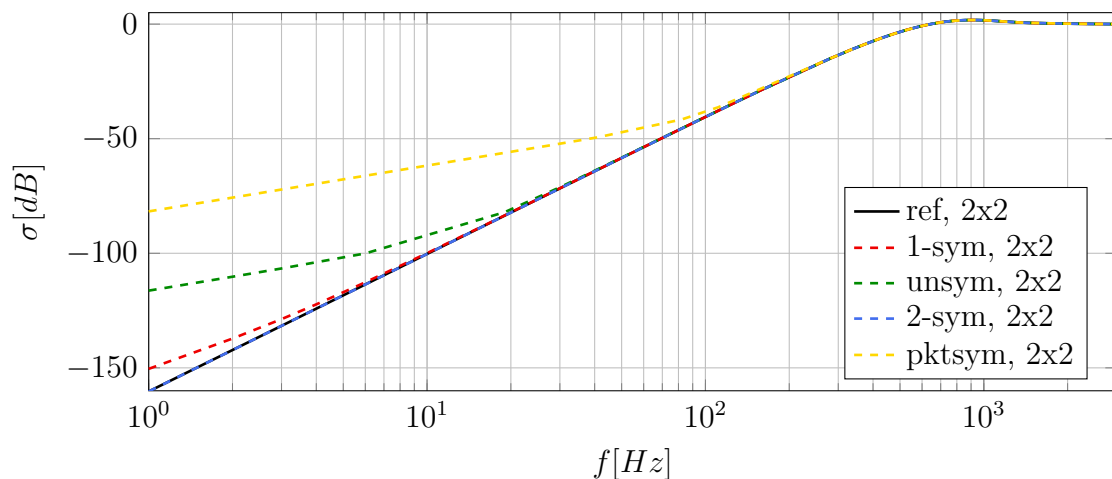
Infolge der um den Plattenmittelpunkt rotierenden Biegeellen wachsen die Druckkeulen des Schallwellenfeldes zu einem Monopolstrahler zusammen (s. Abb. 5-32). Dieser Effekt wird besonders bei 100 Hz offenkundig.

**Abb. 5-32:** Richtcharakteristik (**pktsym**, 3×2 -Schwingform, $MCI = 0,17$, Experiment)

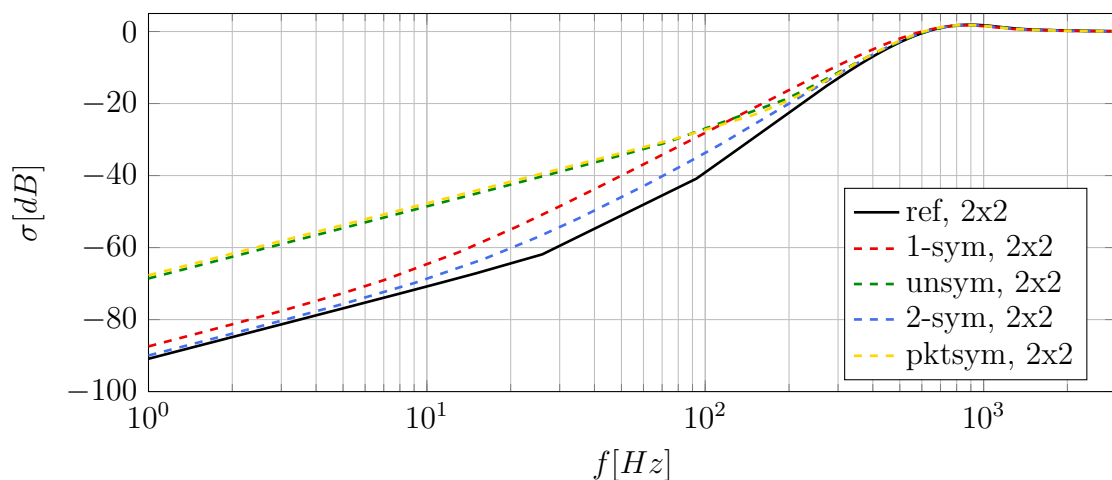
5.4.6 Vergleich der Abstrahleffizienz der Schwingformen bei unterschiedlicher Dämpfungskonfiguration

Für den phänomenologischen Vergleich der Schallabstrahleffizienz wird der Abstrahlgrad σ aus den experimentellen Schnelleverteilungen berechnet. Hierbei muss allerdings zwischen geraden und ungeraden Moden unterschieden werden. Auf Grund dessen wird die 2x2 und die 3x2 Mode betrachtet. Die Abstrahlgrade der Moden unterschiedlicher Dämpfungskonfigurationen werden dazu in einem Diagramm dargestellt. Zum Vergleich der Tendenzen wird wieder eine numerische Lösung ermittelt.

Bei der geraden 2x2 Mode ist nach der Theorie und den Vorbetrachtungen für alle Konfigurationen eine Erhöhung von σ zu erwarten. Die unsymmetrische und punktsymmetrische Dämpfungskonfiguration tendieren in besonderem Maße zu einem erhöhten Abstrahlgrad. Die Platte mit zweifacher Symmetrie ist dagegen eher unkritisch, was auch das Diagramm Abb. 5-33 (a) zeigt.



(a) 2x2, Mode 5, FEM



(b) 2x2, Schwingform, Experiment

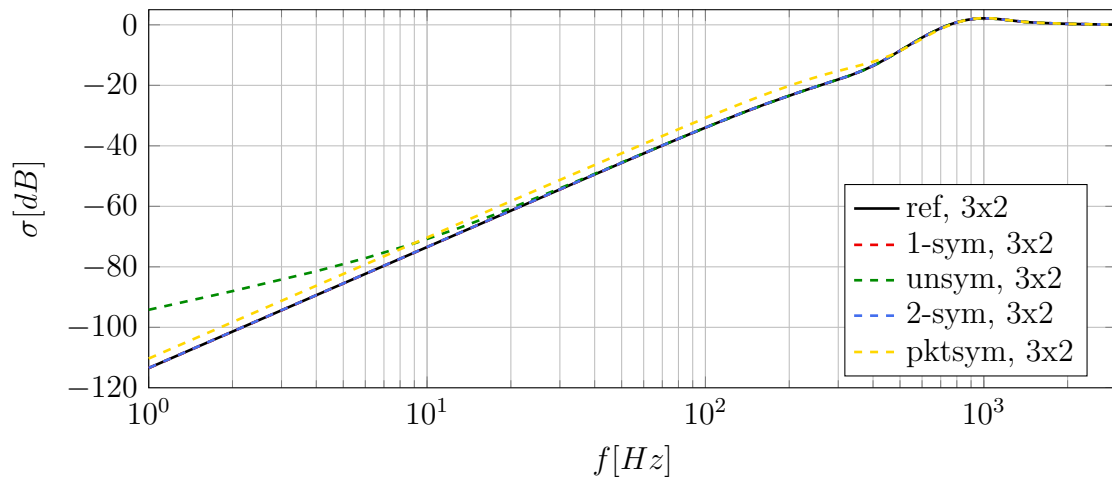
Abb. 5-33: Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (2x2)

Die Experimente können diese Tendenzen bestätigen (s. Abb. 5-33 (b)). Aufgrund des Wellenverlaufs wird bei einer unsymmetrischen und punktsymmetrischen Anordnung der akustische Kurzschluss in zwei Richtungen gestört und das Abstrahlverhalten ähnelt im unteren Frequenzbereich einem Monopolstrahler. Darüber hinaus vergrößert sich die Volumenverschiebung in beide Richtungen. Die Betrachtung der Richtcharakteristik und der Intensitätsverteilungen haben gezeigt, dass die Veränderungen vornehmlich bei tiefen Frequenzen auftreten. Es folgt daraus, wie erwartet, ein starker Anstieg ($\Delta\sigma = 20 \text{ dB}$) im unteren Frequenzbereich. Auffällig ist, dass die Graphen der beider Konfigurationen (**unsym**, **pktsym**) etwa den gleichen Verlauf beschreiben, obwohl die numerischen Berechnungen ein kritischeres Verhalten der punktsymmetrischen Platte postulierten. Erklärt wird dies mit der wesentlich höheren Komplexität der 2x2 Schwingform im Experiment. Diese ist bei der unsymmetrischen Dämpfungskonfiguration dreimal so groß ($MCI_{unsym} = 0,54$) wie bei der punktsymmetrischen ($MCI_{pktsym} = 0,17$). Dennoch ist eine gleich hohe Vergrößerung festzustellen, was den Schluss zulässt, dass die punktsymmetrische Dämpfungsanordnung kritischer ist. Ein Grund für den Komplexitätsunterschied könnte an der unterschiedlichen und schwer vergleichbaren Dämpfungswirkung im Experiment liegen. Dadurch ist die Schlussfolgerung möglich, dass das Abstrahlverhalten nicht allein von der Komplexität abhängig ist, sondern auch von der Platzierung der Dämpfung und dem damit verbundenen Verlauf der fortschreitenden BiegeWellen der Platte.

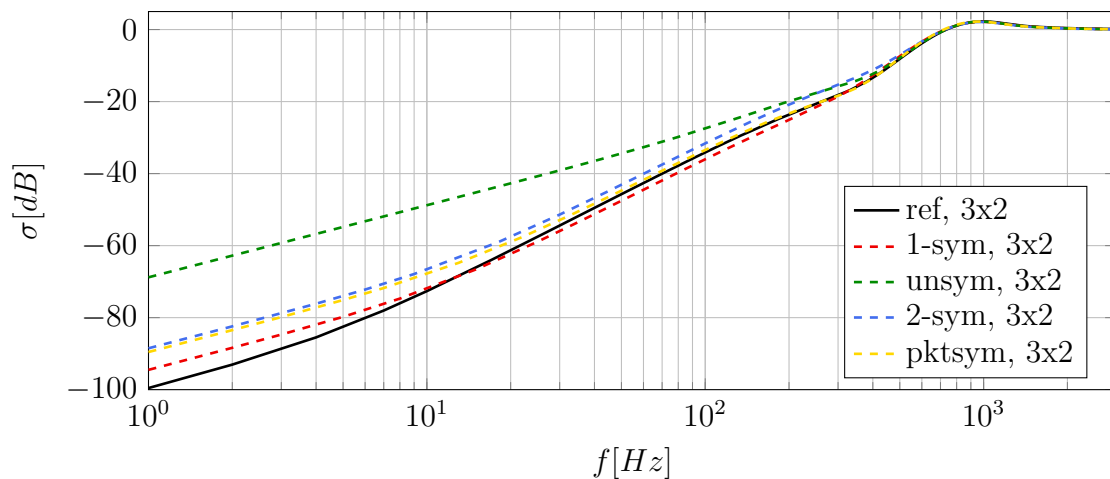
Der Verlauf der beiden anderen Dämpfungskonfigurationen **1-sym** und **2-sym** kann ebenfalls den erwarteten tendenziellen Verlauf wiedergeben. Bei beiden kommt es zu einer Erhöhung im unteren Frequenzbereich, die zur Koinzidenzfrequenz hin abnimmt. Die Differenzen der einfach symmetrischen Konfiguration sind deutlich größer als die der zweifach symmetrischen, die aufgrund der gegenläufigen BiegeWellen und der größten Ähnlichkeit zur Referenzplatte am wenigsten Unterschiede im Abstrahlverhalten zeigt. Der abweichende σ -Verlauf sowie die zwischen 100 Hz und 2000 Hz auftretenden Erhöhungen werden den experimentellen Randbedingungen zugesprochen. Zum einen wird hier nicht, wie bei der FEM, eine reine Eigenform betrachtet, sondern eine Betriebsschwingform, und zum anderen weist die Referenzplatte eine leichte Komplexität auf. Grund hierfür sind die nicht idealen Randbedingungen, welche in der Realität kaum erfüllt werden können.

Gleiches gilt für die Verläufe der 3x2 Schwingform (s. Abb. 5-34). Aufgrund der richtungsabhängigen geraden und ungeraden Anzahl an Schwingungsmaxima und -minima (Mischform) muss die 3x2 Mode separat für jede Platte betrachtet werden. Für die unsymmetrische sowie punktsymmetrische Konfigurationen wirkt sie sich in x-Richtung wie eine ungerade und in y-Richtung wie eine gerade Mode aus. Da der Effekt durch den Einfluss infolge einer komplexen geraden Mode stärker zu erwarten ist (vgl. Kapitel 4), sollte eine Erhöhung im Abstrahlgrad festzustellen sein. Diese Annahme stützt auch die numerische Lösung.

Der experimentelle Verlauf bestätigt dieses Verhalten tendenziell. Die Abstrahlgraderhöhung ist bei der unsymmetrischen Anordnung für niedrige Frequenzen wesentlich größer ($\Delta\sigma = 30 \text{ dB}$) als bei der punktsymmetrischen ($\Delta\sigma = 10 \text{ dB}$). Als Grund dafür wird der größeren Dämpfungsbe-
reich (**unsym**) für die in y-Richtung laufenden Wellen (gerade Anzahl an Maxima und Minima) vermutet.



(a) 3x2, Mode 7, FEM



(b) 3x2, Schwingform, Experiment

Abb. 5-34: Vergleich der Abstrahlgrade der untersuchten Dämpfungskonfigurationen (3x2)

Für die Konfigurationen **1-sym** und **2-sym** sollte aus theoretischer Sicht die 3x2 Schwingform wie eine reine ungerade Schwingform wirken. Die Anzahl der Schwingungsbäuche in BiegeWellenlaufrichtung (x-Richtung) ist stets ungerade. Die Abstrahlgrade sollten sich demnach leicht verringern, wobei der Effekt bei der einfach symmetrischen Konfiguration stärker zu erwarten ist. Sie wirkt kurzzeitig wie eine 4x2 Mode, wohingegen die komplexe 3x2 der zweifach symmetrischen Platte aufgrund der zwei Dämpfungsbereiche wie eine 5x2, also ebenfalls ungerade, abstrahlt.

Die experimentellen Ergebnisse können das Beschriebene nur teilweise bestätigen. Tatsache ist, dass der Abstrahlgrad für niedrige Frequenzen bei einfacher Symmetrie geringer ist als bei der zweifachen. In Bezug auf die Referenzplatte ist dagegen ein anderes Verhalten erkennbar. Der σ -Verlauf der einfach symmetrischen Dämpfungskonfiguration liegt nur stückweise unterhalb des Referenzgraphens. Als Erklärung wird das nicht rein reelle Verhalten der Referenzplatte und die bereits angesprochenen nicht idealen Randbedingungen vermutet. Darüber hinaus sei noch einmal betont, dass keine Moden experimentell vermessen wurden, sondern Betriebsschwingformen.

5.4.7 Zusammenfassung der akustischen Schwingformcharakterisierung

Im Folgenden sollen die experimentellen Ergebnisse in Bezug auf die in Kapitel 4.8 aufgestellten Thesen kurz zusammengefasst werden. Die **These 1**, die eine Komplexitätserhöhung infolge höherer Dämpfung vermutet, konnte mit dem Aufbringen von zusätzlichen Dämpfungsschichten bestätigt werden. Die Experimente lieferten deutlich komplexere Schwingformen, nachdem zusätzliche CLD-Schichten appliziert wurden.

Das Abstrahlgradverhalten gerader und ungerader Moden (**These 2 und 3**) konnte nur teilweise validiert werden. Die Abstrahlgradeffizienz erhöht sich für gerade komplexe Moden im unteren Frequenzbereich eindeutig, was auch die experimentellen σ -Verläufe zeigen. Für die ungeraden Moden konnte die verringerte Effizienz nur tendenziell an den Experimenten gezeigt werden.

Die allgemeingültigen Phänomene (**These 4 und 5**), die aus der Komplexität der Schwingungsmoden folgen, geben die experimentellen Untersuchungen auf gleiche Weise wieder. Die Umverteilung der Intensitätsquellen und -senken sowie die verstärkte Abstrahlung in Richtung der Dämpfung geht eindeutig aus den Ergebnissen der experimentellen Analyse hervor. Obgleich sich die Verläufe (Richtcharakteristik, Intensitätsverteilung) im Detail mit denen der FEM teilweise unterscheiden.

Eine Abnahme des Einflusses der Komplexität auf die jeweilige akustische Eigenschaft mit steigender Frequenz ist bei allen experimentellen Ergebnissen erkennbar (**These 6**).

Die Vermutung der verschiedenen Dämpfungskonfigurationen hinsichtlich ihres kritischen akustischen Verhaltens (**These 7**) wird durch die Experimente gestärkt. Die punktsymmetrische und unsymmetrische Konfiguration bewirken einen hohen Anteil an laufenden Wellen in x- und y-Richtung. Hierdurch kann sich das Abstrahlverhalten gerader Moden (z.B. 2x2) und Mischformen (z.B. 3x2) bei niedrigen Frequenzen stark vergrößern, was auch in den vergleichenden Abstrahlgradkurven der Schwingformen deutlich wird. Eine einfach symmetrische Dämpfungskonfiguration kann nur für ungerade Moden kritisch werden. Die zweifach symmetrische Dämpfungsanordnung verhält sich am ehesten wie eine homogen gedämpfte Platte und zeigt daher die geringsten Auffälligkeiten. Dieses Verhalten wird, zumindest teilweise durch die σ -Verläufe bestärkt.

Unterschiede zwischen den numerischen und den experimentellen Ergebnissen waren zu erwarten. Störende Einflüsse werden durch die Anregung mittels Shaker sowie der nicht idealen Einspannungen der Platte hervorgerufen. Darüber hinaus kann nicht von einer homogenen Energiedissipation im gesamten Dämpfungsbereich ausgegangen werden. Dies führt, beispielsweise im Fall einer zweifachen Symmetrie, zu nicht ideal symmetrischen Verteilungen der Druckkeulen und der Fernfeldintensitäten. Gleichwohl konnten mit den Experimenten die wichtigsten phänomenologischen Effekte bestätigt oder zumindest tendenziell bestärkt werden.

6 Zusammenfassung

Das Ziel dieser Masterarbeit bestand darin, das Schallabstrahlverhalten von komplex schwingenden Platten zu charakterisieren. Unterschiedliche Dämpfungsconfigurationen von Rechteckplatten standen dabei im Fokus. Es sollte der experimentelle Nachweis für die in der Literatur postulierten akustischen Phänomene infolge inhomogener Dämpfung erbracht werden.

Hierzu wurde jeweils eine Konfiguration aus den Dämpfungsgruppen ausgewählt. Für die punkt-, einfach-, zweifach- und unsymmetrisch bedämpfte Platte lieferte eine Modalanalyse die nötigen modalen Informationen. Als Referenz wurde stets die ungedämpfte bzw. homogen gedämpfte Platte betrachtet. Zur akustischen Charakterisierung sind die Schallintensitätsverteilungen, die Richtcharakteristik und der Abstrahlgrad verschiedener Eigenformen bestimmt worden. Darüber hinaus unterstützten Schalleistungsanalysen den Erkenntnisgewinn. Im Vordergrund stand eine phänomenologische Betrachtung der Effekte auf modaler Ebene. Diese wurden zunächst mit Hilfe von numerischen Berechnungen im Detail studiert. Die Ergebnisse stimmen mit denen der Literaturrecherche überein.

Wird die inhomogene Dämpfung erhöht, so nimmt die Komplexität der Platte zu. Dabei kommt es, weit unterhalb der Koinzidenzfrequenz der Platte, zu einer wesentlichen Vergrößerung des modalen Abstrahlgrades bei geraden Moden und zu einer Verringerung bei ungeraden. Der Effekt fällt jedoch für die ungeraden Eigenformen wesentlich geringer aus.

Des Weiteren verändert sich die Richtcharakteristik der Plattenmoden. Es kommt zu einer stärkeren Ausbildung von Druckkeulen in Richtung der Dämpfung. Zudem wachsen die Druckpole in Laufrichtung der BiegeWellen zusammen, sodass sich Quadrupole wie Dipolstrahler und Dipol- wie Monopolstrahler verhalten.

Ferner führt die Komplexität dazu, dass sich die Schallintensitätsverteilung im Fernfeld verändert. Es findet eine Umordnung der Quellen und Senken statt, sodass die bekannten Strahlertypen (Eckenstrahler, Randstrahler) nicht mehr identifiziert werden können. In den Dämpfungsbereichen kommt es vornehmlich zu einer Senkenkonzentration, während der Rest der Platte als Quelle agiert.

Mit steigender Komplexität bilden sich die genannten Effekte immer stärker aus. Aufgrund der steigenden modalen Dämpfung ist daher in der Regel, mit größer werdender Ordnungszahl der Moden, ein Komplexitätszuwachs und damit ein verstärkter Einfluss auf die Schallabstrahlung zu beobachten.

Die soeben beschriebenen Auswirkungen sind allerdings ausschließlich im tiefen Frequenzbereich (unterhalb von 20 % der Koinzidenz) detektierbar. Mit steigender Frequenz nimmt der Einfluss schnell ab. Als Ursachenerklärung für eine veränderte Schallabstrahlung wird zum einen der gestörte akustische Kurzschluss durch das Laufen der BiegeWellen vermutet und zum anderen die Veränderung der Volumenverschiebung. Im zeitlichen Verlauf der komplexen Moden wird deutlich, dass sich kurzzeitig zusätzliche Maxima und Minima ausbilden. Dies führt zu einer Vergrößerung der Volumenverschiebung bei geraden Moden und einer Verringerung bei ungeraden. Diese zwei Ursachen wirken bei den geraden Moden verstärkend, während sie bei den

ungeraden entgegenwirken und daher geringere akustische Veränderungen im Abstrahlgrad nach sich ziehen. Zugleich hat der akustische Kurzschluss bei einer Frequenzzunahme immer weniger Einfluss. Im gleichen Maße daher auch der Störeffekt durch die laufenden Wellen.

Der Vergleich der verschiedenen Dämpfungskonfigurationen hat gezeigt, dass eine punktsymmetrische sowie eine unsymmetrische Anordnung den größten Einfluss auf die Schallabstrahlung (Schalleistungsvergrößerung) hat. Die inhomogene Dämpfungsverteilung verursacht laufende Wellenanteile in zwei Richtungen, woraus eine hohe Komplexität resultiert. Bei der einfachsymmetrisch gedämpften Platte entstehen laufende Biegewellen nur in eine Richtung. Die Änderungen in den akustischen Eigenschaften sind demzufolge geringer. Die zweifachsymmetrische Konfiguration kommt dem akustischen Verhalten der Referenzplatte am nächsten. Der Grund dafür ist, dass der entstehende Biegewellenverlauf (symmetrisch) kaum Veränderungen in der Volumenverschiebung verursacht.

Nach der numerischen und analytischen Betrachtung wurden experimentelle Untersuchungen an inhomogen gedämpften CFK-Platten mit Hilfe eines LSV und akustischen Messgeräten durchgeführt. Hierfür wurde versucht, Betriebsschwingformen der Struktur so anzuregen, dass eine Eigenform stark dominiert. Das Schwingverhalten kommt somit dem einer Mode sehr nahe. Die Auswertungen haben gezeigt, dass die wesentlichen akustischen Effekte auch an realen Plattenstrukturen zu beobachten sind. Überdies zeigten mehrere Validierungsexperimente die gute Näherung akustischer Berechnungen mit Hilfe der Elementarstrahlertheorie.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass es definitiv zu Veränderungen in der Schallabstrahlcharakteristik von Platten infolge komplexer Moden kommen kann. Dies konnte auch experimentell nachgewiesen werden. Soll eine Struktur inhomogen gedämpft werden, so wird empfohlen stets eine zweifache Symmetrie der Dämpfungskonfiguration einzuhalten. Punktsymmetrische sowie unsymmetrische Anordnungen sind möglichst zu vermeiden. Die technische Relevanz der möglichen Effekte sollte dennoch hinterfragt werden (s. Kapitel 7).

7 Ausblick und Relevanz der Phänomene

Die Ergebnisse dieser Arbeit haben gezeigt, dass der negative Effekt (Schalleistungserhöhung bei geraden Eigenformen) durch die komplexen Moden wesentlich größer ist als der positive (Schalleistungsverringerung, ungerade Moden). Sie haben aber auch gezeigt, dass die Veränderungen in der Abstrahlcharakteristik nur bei sehr tiefen Frequenzen weit entfernt von der Koinzidenzfrequenz der Platte auftreten. Ferner wurde in allen Fällen eine sehr hohe Dämpfung definiert (z.B. $D_{FEM} \approx 0,3$), um überhaupt einen Effekt sichtbar zu machen.

Somit ist für den Ingenieur bei inhomogen gedämpften Plattenstrukturen nur dann Vorsicht geboten, wenn das System eine hohe Komplexität (hohe Dämpfung) aufweist und viele Eigenfrequenzen tief und weit entfernt von der Koinzidenzfrequenz auftreten. Diese Eigenschaften treten genau dann auf, wenn es sich um dünne, schwere und weiche Platten mit geringen Abmessungen handelt. Die hohe Dichte sowie geringe Steifigkeit sorgen dafür, dass die ersten Eigenfrequenzen niedrig sind. Infolge der geringen Plattenabmessungen ist zudem ein großer Abstand zur Koinzidenz gegeben.

Bei Leichtbaustrukturen, bei denen aus gewichtstechnischen Aspekten inhomogen gedämpft wird, ist genau das Gegenteil der Fall. CFK besitzt beispielsweise eine vergleichsweise geringe Dichte bei gleichzeitig hoher Steifigkeit. Der akustische Einfluss durch die komplexen Moden kann daher als verschwindend gering angenommen werden. Es sei allerdings noch einmal betont, dass nicht generell davon ausgegangen werden kann, dass der akustische Einfluss auf die Abstrahlcharakteristik vernachlässigt werden kann.

Treten in Zukunft an bestimmten Plattensystemen negative akustische Veränderungen auf, welche der komplex schwingenden Struktur zugesprochen werden können oder erfüllen sie von Grund auf die beschriebenen kritischen Eigenschaften, so dienen die Erkenntnisse dieser Arbeit als Grundlage zum Verständnis und der Vermeidung negativer Effekte.

Literatur

- [1] 3M. *3M Damping Foil 2552*. Technisches Datenblatt. 2012.
- [2] Randall J. Allemang. *Vibrations: Experimental Modal Analysis*. X-Modal Hilfe. University of Cincinnati. 1995.
- [3] Inc. ANSYS. *ANSYS 14.5 Help*. 2012.
- [4] K.J. Bathe und P. Zimmermann. *Finite-Elemente-Methoden*. 2. vollst. neu bearb. u. erw. Aufl. 2002. Berlin, Heidelberg: Springer, 2002. ISBN: 978-3-540-66806-0.
- [5] Thomas Kirk Caughey und Michael Edmond James O’Kelly. *General Theory of Vibration of Damped Linear Dynamic Systems*. Dynamics Laboratory, California Institute of Technology, 1963.
- [6] Jürgen Dankert und Helga Dankert. *Technische Mechanik - Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2013. ISBN: 978-3-834-82235-2.
- [7] DIN 40148-3. *Übertragungssysteme und Vierpole; Spezielle Dämpfungsmaße*. Elektrotechnik, 1971.
- [8] DIN EN ISO 9614-2. *Bestimmung der Schalleistungspegel von Geräuschquellen aus Schallintensitätsmessungen, Teil 2: Messung mit kontinuierlicher Abtastung*. Normenausschuß Akustik, Lärminderung und Schwingungstechnik (NALS).
- [9] Frank J. Fahy. *Sound and Structural Vibration - Radiation, Transmission and Response*. 2. Aufl. Amsterdam, Boston: Academic Press, 2007. ISBN: 978-0-123-73633-8.
- [10] C.J.C. Jones G. Xie D.J. Thompson. »The radiation efficiency of baffled plates and strips«. In: *Journal of Sound and Vibration* 280 (2005), S. 181–209.
- [11] Robert Gasch, Klaus Knothe und Robert Liebich. *Strukturodynamik - Diskrete Systeme und Kontinua*. 2. Aufl. 2012. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2012. ISBN: 978-3-540-88976-2.
- [12] Polytec GmbH. *Scanning Vibrometer PSV-400*. URL: <http://www.warsash.com.au/suppliers/polytec.php> (besucht am 25.02.2015).
- [13] Karl-Heinrich Grote. *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. Berlin: Springer DE, 2011. ISBN: 978-3-642-17306-6.
- [14] Andreas Hauffe. *eLamX*. 2014. URL: http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_maschinenwesen/ilr/aero/download/laminatetheory/index_html (besucht am 11.12.2014).
- [15] Hermann Henn, Gh. Reza Sinambari und Manfred Fallen. *Ingenieurakustik - Physikalische Grundlagen und Anwendungsbeispiele*. 4. Aufl. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2009. ISBN: 978-3-834-89537-0.

- [16] Izhak. »Estimating the ratio between travelling and standing vibration waves under non-stationary conditions«. In: *Journal of Sound and Vibration* 270 (2004), S. 341–359.
- [17] Franz G. Kollmann. *Maschinenakustik - Grundlagen, Meßtechnik, Berechnung, Beeinflussung*. 2. Aufl. 2000. Softcover reprint of the original 2nd ed. 2000. Wiesbaden: Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-642-62940-2.
- [18] Franz G. Kollmann, Thomas F. Schösser und Roland Angert. *Praktische Maschinenakustik*. 1. Aufl. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2006. ISBN: 978-3-540-30975-8.
- [19] R. Bruce Lindsay. *John William Strutt, 3rd Baron Rayleigh*. URL: <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/492464/John-William-Strutt-3rd-Baron-Rayleigh> (besucht am 08.01.2015).
- [20] Kefu Liu, Marek R. Kujath und Wanping Zheng. »Quantification of non-proportionality of damping in discrete vibratory systems«. In: *Computer & Structures* 77 (2000), S. 557–569.
- [21] Hans Peter Monner. *Vorlesung Vibroakustik*. DLR. 2013.
- [22] Michael Möser. *Messtechnik der Akustik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. ISBN: 978-3-540-68087-1.
- [23] Michael Möser. *Technische Akustik*. 6. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2004.
- [24] Michael Möser und Wolfgang Kropp. *Körperschall - Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2010. ISBN: 978-3-540-49048-7.
- [25] Lutz Nasdala. *FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2012. ISBN: 978-3-834-82260-4.
- [26] Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schaffer und John R. Buck. *Zeitdiskrete Signalverarbeitung* -. 2. Aufl. M: Pearson Deutschland, 2004. ISBN: 978-3-827-37077-8.
- [27] Sebastian Rothe. *Numerische Modellierung von Aluminiumschäumen für motorische Anwendungen*. Projektarbeit. OVGU Magdeburg. 2014.
- [28] Helmut Schürmann. *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. 2. Aufl. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2007. ISBN: 978-3-540-72190-1.
- [29] Jens Strackeljan. *Mechanische Schwingungen/Struktur- und Maschinendynamik*. Vorlesungsskript. OVGU Magdeburg. 2012.
- [30] Inc. Toray Carbon Fibers America. *M40J Data Sheet*. 2009.

- [31] Oliver Unruh und Geweth Christian. *Experimental Study Of Inhomogeneously Damped Plates With Complex Structural Modes*. DLR. Juli 2014.
- [32] Oliver Unruh und Michael Sinapius. *Sound Radiation Properties Of Complex Modes Of Vibration*. DLR. Aug. 2013.
- [33] Oliver Unruh, Michael Sinapius und Hans Peter Monner. »Sound Radiation Properties of Complex Modes in Rectangular Plates: A Numerical Study«. In: *Acta Acoustica united with Acustica* Vol. 100 (2014), S. 1–11.
- [34] Ivar Veit. *Technische Akustik - Grundlagen der physikalischen, hörbezogenen Elektro- und Bauakustik*. 7. Aufl. Würzburg: Vogel Business Media, 2012. ISBN: 978-3-834-33282-0.

Anhang

- A** - Vergleich der Intensitätsverteilungen zwischen Berechnung und Experiment
- B** - Vergleich der Schalleistungsspektren aus Messung und Rayleigh-Berechnung
- C** - Vergleich der Abstrahlgrade aus Messung und Rayleigh-Berechnung
- D** - Vergleich der Druckspektren aus Messung und Rayleigh-Berechnung

A - Vergleich der Intensitätsverteilungen zwischen FE-Berechnung und Experiment

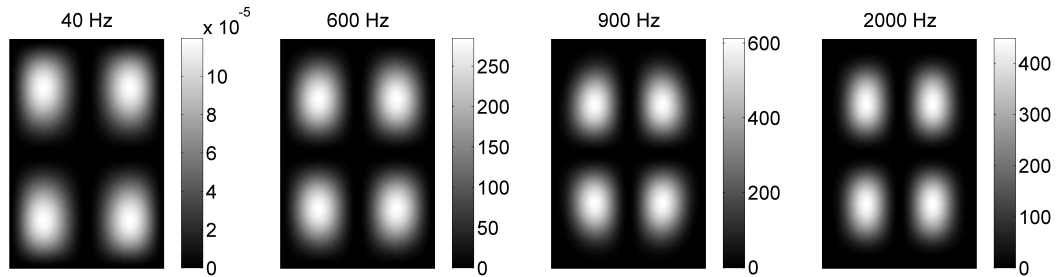


Abb. A-1: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (ref, 2x2, Mode 5, FEM)

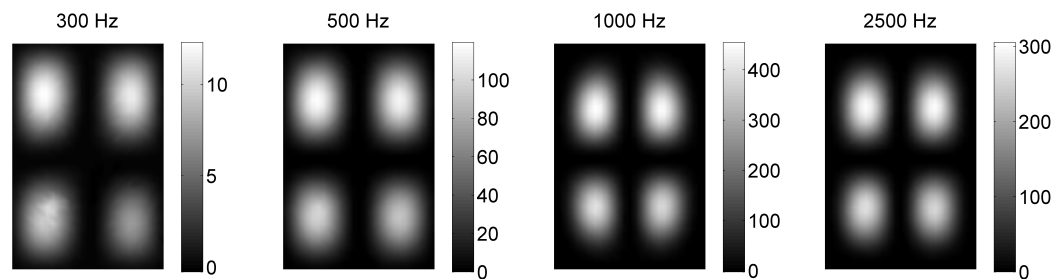


Abb. A-2: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (ref, 2x2 Schwingform, Experiment)

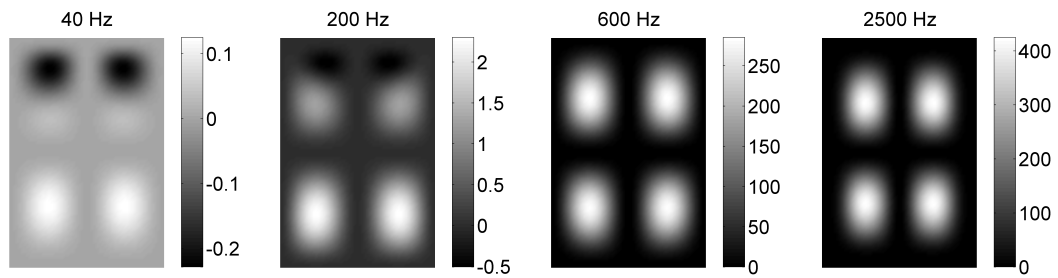


Abb. A-3: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (1-sym, 2x2, Mode 5, FEM)

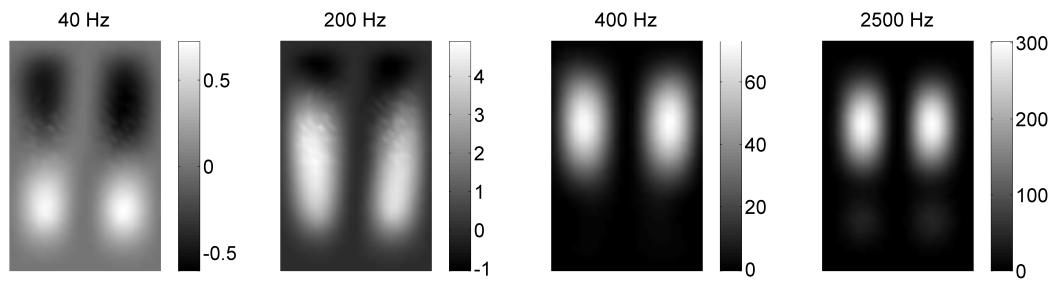


Abb. A-4: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (1-sym, 2x2 Schwingform, Experiment)

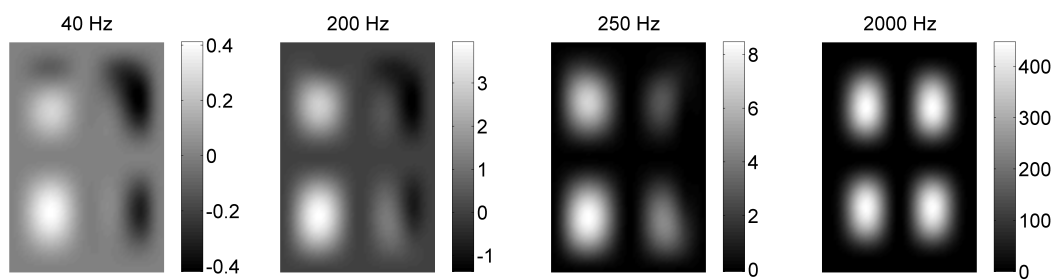


Abb. A-5: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (unsym, 2x2, Mode 5, FEM)

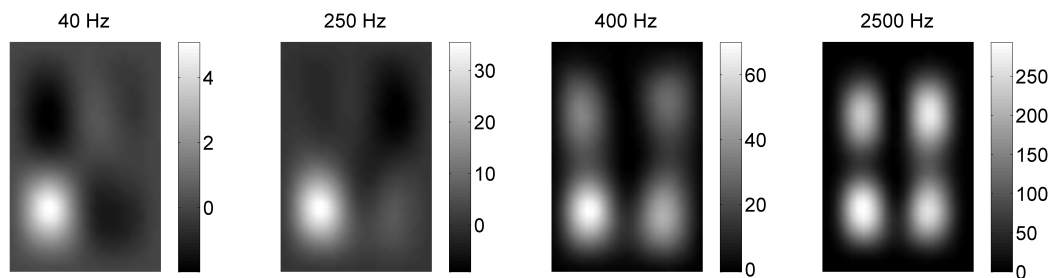


Abb. A-6: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (unsym, 2x2 Schwingform, Experiment)

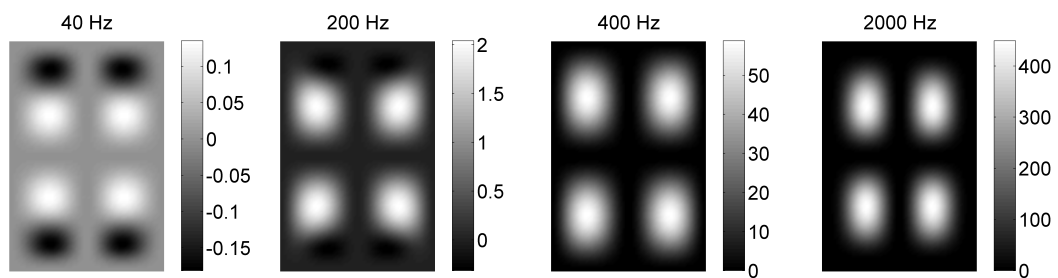


Abb. A-7: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (2-sym, 2x2, Mode 5, FEM)

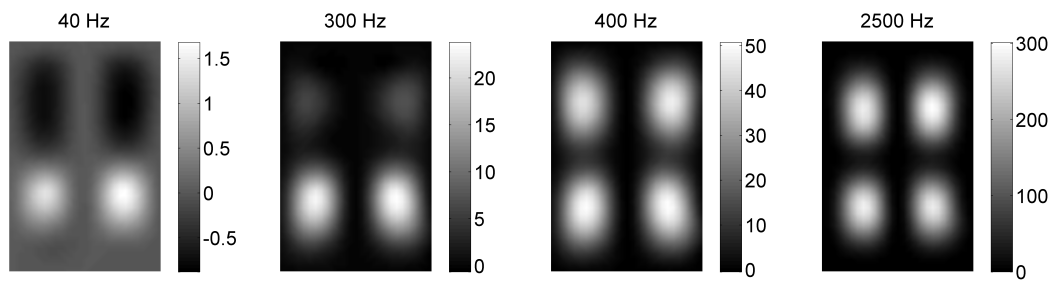


Abb. A-8: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (2-sym, 2x2 Schwingform, Experiment)

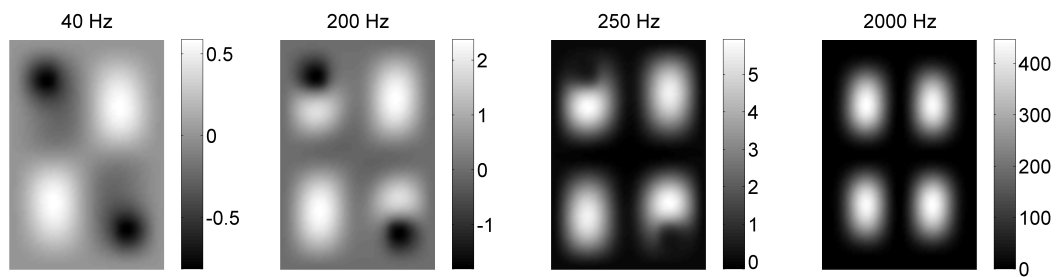


Abb. A-9: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (pktsym, 2x2, Mode 5, FEM)

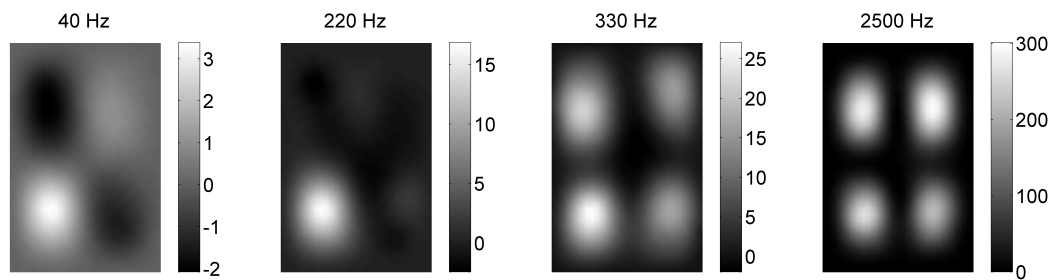


Abb. A-10: Intensitätsverteilung im Frequenzbereich (pktsym, 2x2 Schwingform, Experiment)

B - Vergleich der Schalleistungsspektren aus Messung und Rayleigh-Berechnung

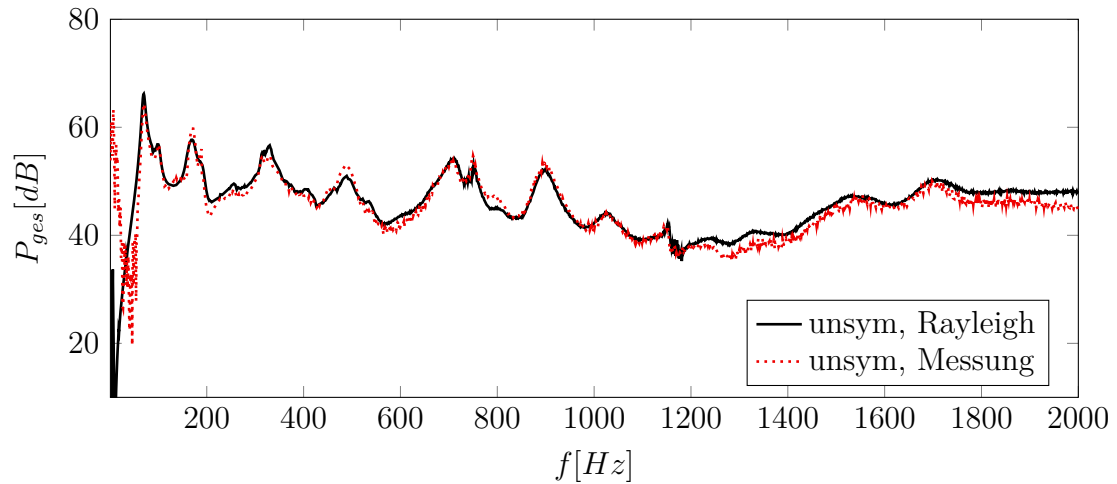


Abb. B-11: Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schalleistung P_{ges} (unsym)

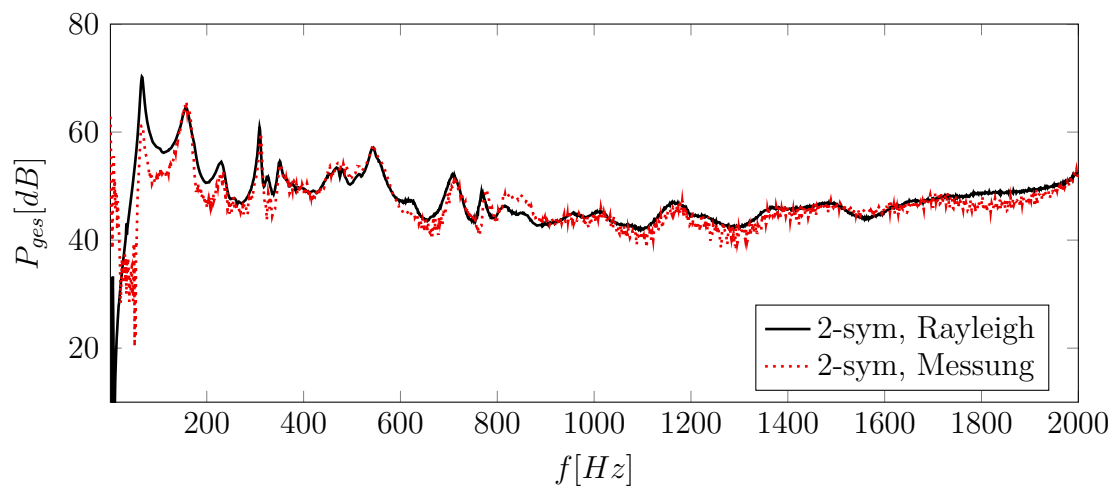


Abb. B-12: Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schalleistung P_{ges} (2-sym)

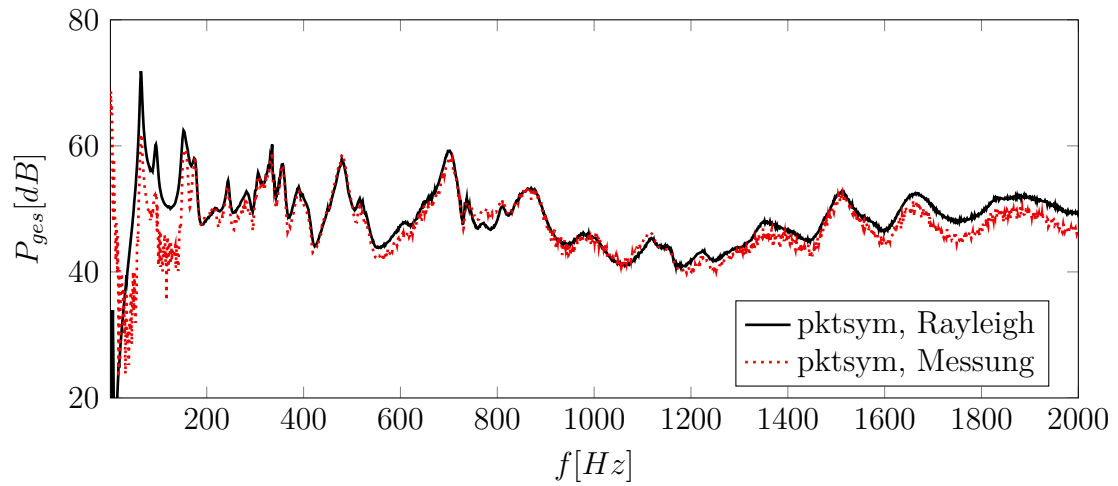


Abb. B-13: Vergleich der gemessenen mit der über Rayleigh berechneten gemittelten Schalleistung P_{ges} (pktsym)

C - Vergleich der Abstrahlgrade aus Messung und Rayleigh-Berechnung

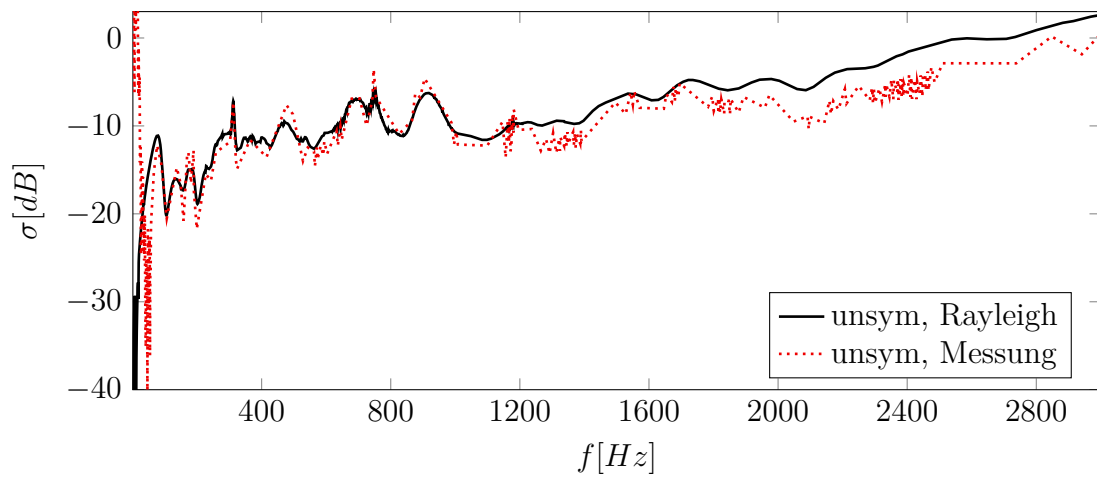


Abb. C-14: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (unsym)

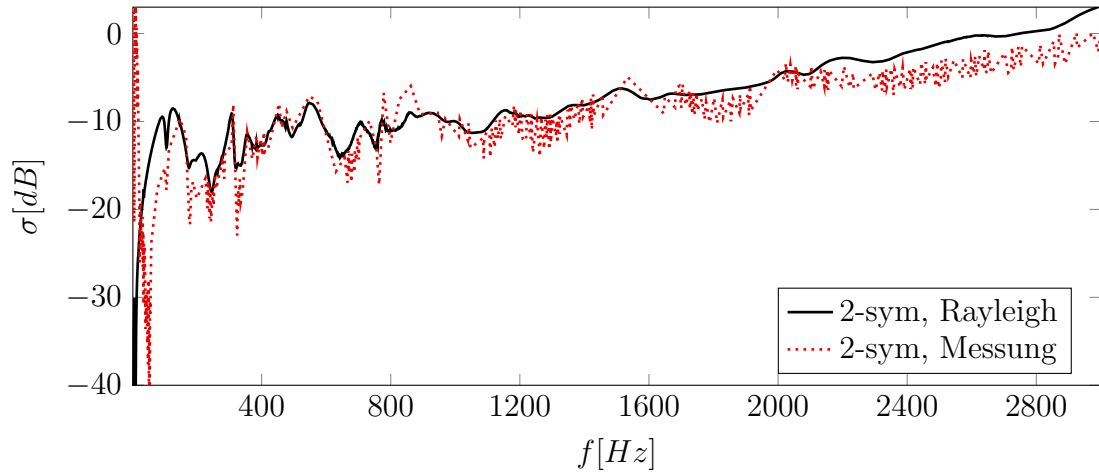


Abb. C-15: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (2-sym)

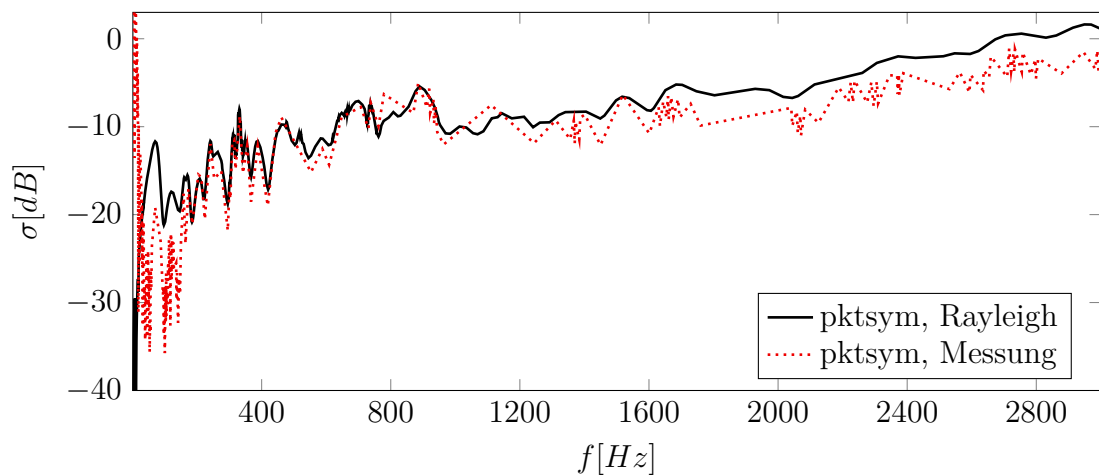


Abb. C-16: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten globalen Abstrahlgrad σ_{ges} (pktsym)

D - Vergleich der Druckspektren aus Messung und Rayleigh-Berechnung

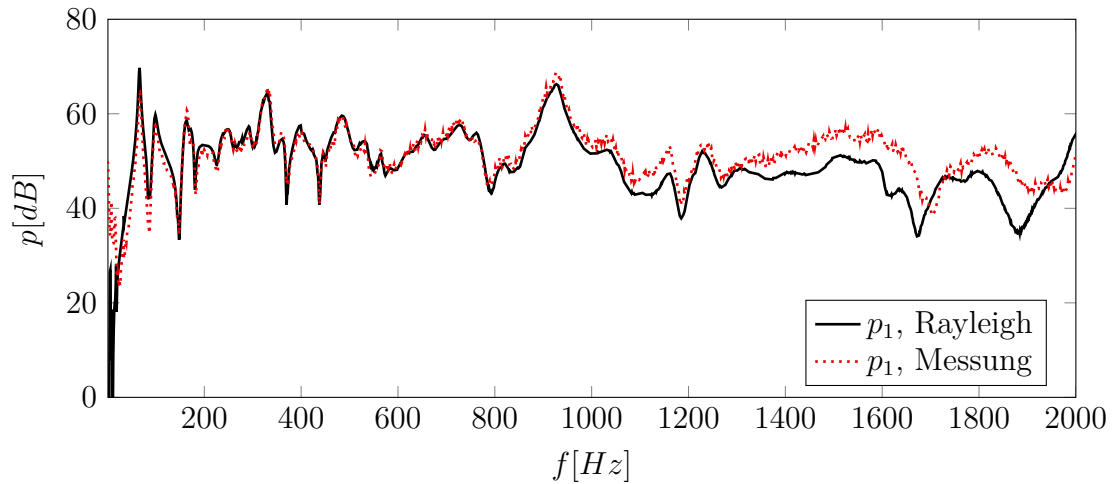


Abb. D-17: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 1 (1-sym)

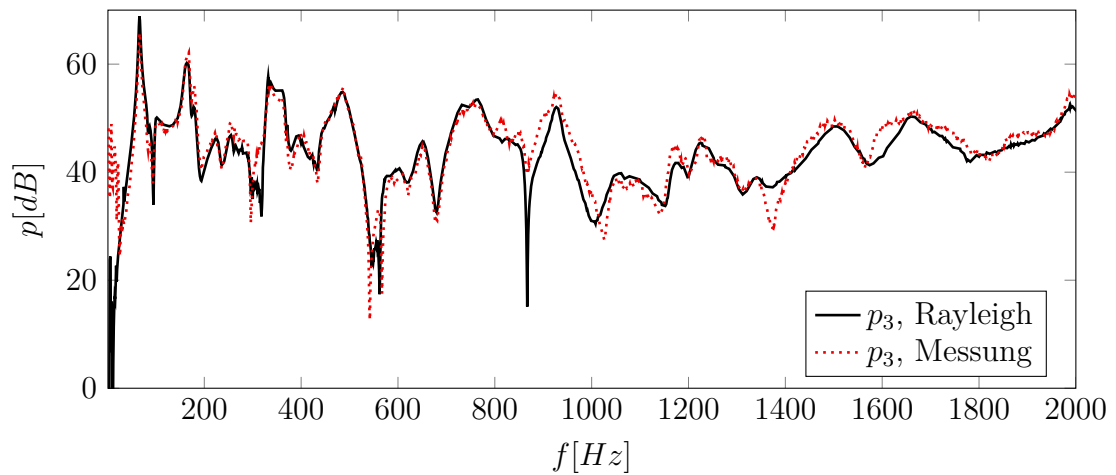


Abb. D-18: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 3 (1-sym)

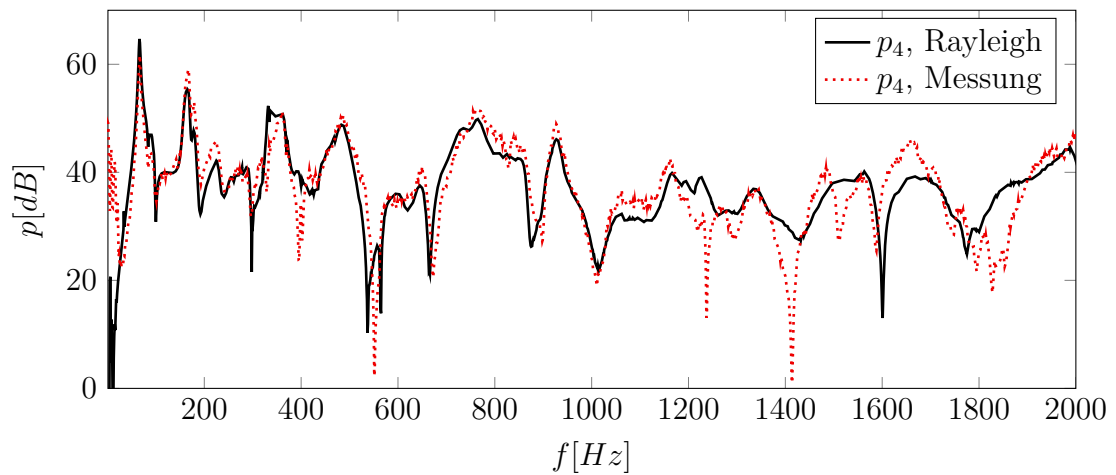


Abb. D-19: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 4 (1-sym)

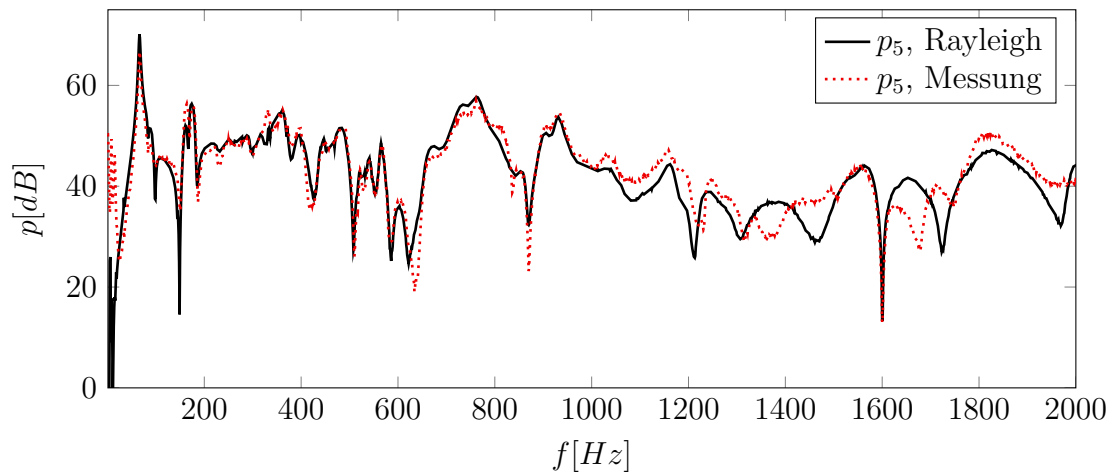


Abb. D-20: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 5 (1-sym)

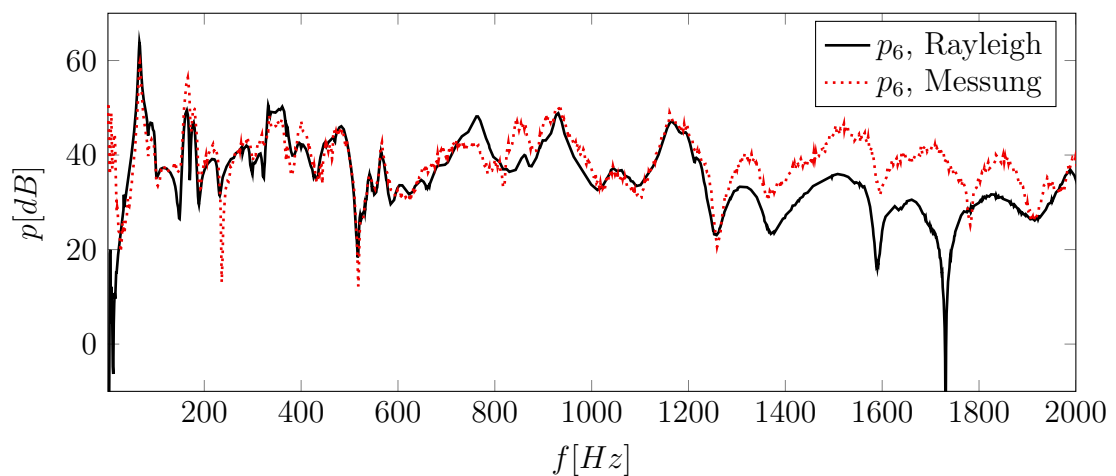


Abb. D-21: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 6 (1-sym)

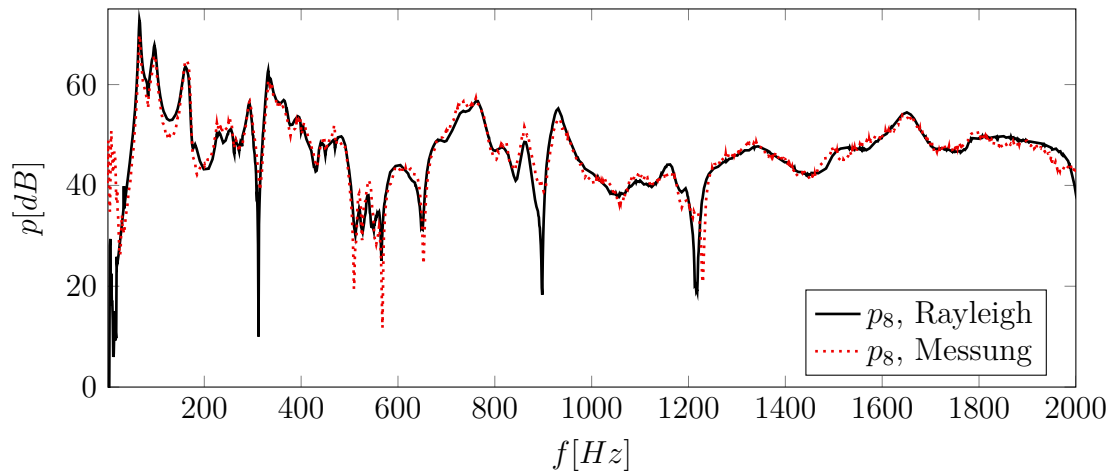


Abb. D-22: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 8 (1-sym)

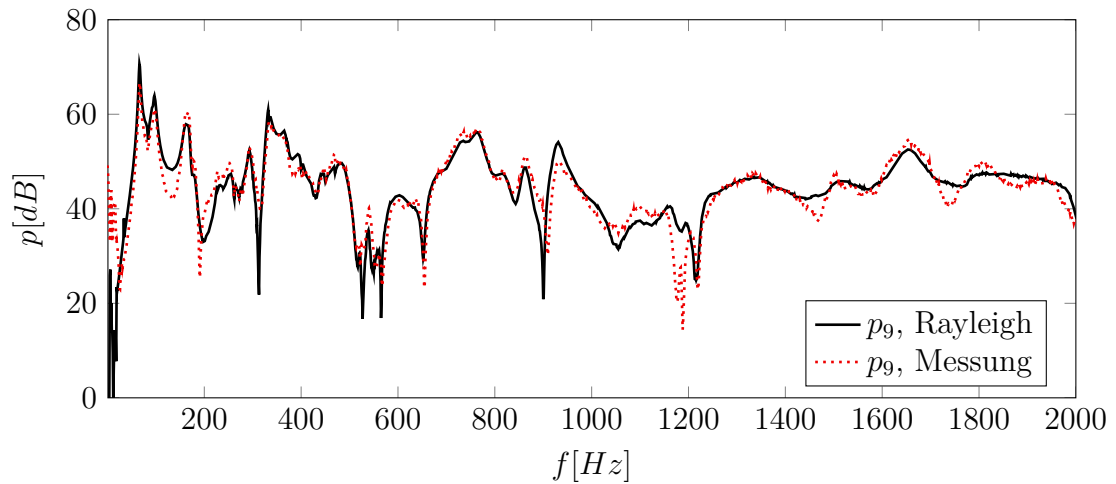


Abb. D-23: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 9 (1-sym)

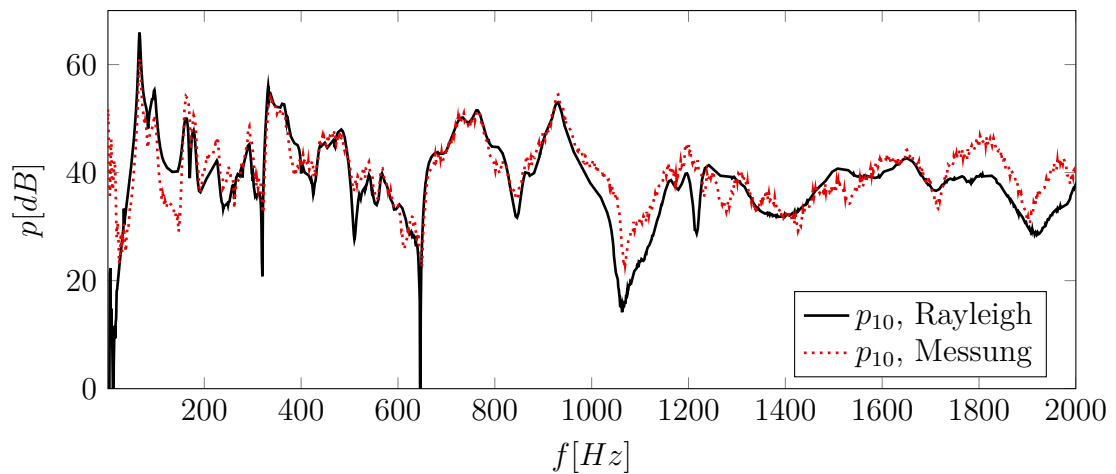


Abb. D-24: Vergleich des gemessenen mit dem über Rayleigh berechneten Druckspektrum am Punkt 10 (1-sym)